ΑΠΟΛΥΤΗΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 22 ΜΑΪΟΥ 2007

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 152.

Β. **α.** Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 22.

β. Θεωρία σχολ. βιβλίου σελ. 87.

Γ1. **α.** Σ.

β. Σ.

γ. Λ.

Γ2.

$$f_1'(x) = (x^\nu)' = \nu x^{\nu-1},\ \nu \in \mathbb{N}$$

$$f_2'(x) = (\ell n x)' = \frac{1}{x},\ x > 0$$

$$f_3'(x) = (\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}},\ x > 0$$

$$f_4'(x) = (\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x,\ \ x \in \mathbb{R}$$

ΘΕΜΑ 2ο

α. Η f είναι παραγωγίσιμη στο $\mathbb{R}$ ως πράξεις παραγωγισίμων συναρτήσεων, οπότε:

$$f'(x) = (x \cdot e^x + 3)' = (x \cdot e^x)' + 3' =$$

$$x' \cdot e^x + x(e^x)' + 0 = 1 \cdot e^x + x \cdot e^x =$$

$e^x + xe^x$ με $x \in \mathbb{R}$.

Άρα $f'(x) = xe^x + 3 + e^x - 3 = f(x) + e^x - 3$.

β. Για $x \neq 0$ έχουμε:

$$\lim_{x\to 0}\frac{f'(x) - e^x}{x^2 - x} \overset{\alpha.}{=} \lim_{x\to 0}\frac{e^x + xe^x - e^x}{x(x-1)} =$$

$$\lim_{x\to 0}\frac{xe^x}{x(x-1)} = \lim_{x\to 0}\frac{e^x}{x-1} = \frac{e^0}{-1} = -\frac{1}{1} = -1$$

ΘΕΜΑ 3ο

α. Ισχύει:

$$P(-1)+P(0)+P(1)+P(2)+P(3)+P(4)+P(5)=1$$

$$\overset{\text{ΥΠΟΘ.}}{\Leftrightarrow} P(-1)+P(-1)+P(-1)+P(-1)+\frac{P(-1)}{2}+\frac{P(-1)}{2}+\frac{P(-1)}{2}=1$$

$$\Leftrightarrow 4P(-1)+\frac{3P(-1)}{2}=1 \Leftrightarrow \frac{11P(-1)}{2}=1 \Leftrightarrow P(-1)=\frac{2}{11}$$

Οπότε:

$$P(0)=P(1)=P(2)=\frac{2}{11} \quad \text{και} \quad P(3)=P(4)=P(5)=\frac{1}{11}.$$

β. Επειδή $A\cap B=\{-1,3\}$ πρέπει:

$$x^2-x-3=-1 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow (x-2)(x+1)=0$$

οπότε $x=2$ ή $x=-1$.

Για $x=2: B=\{-3,2,3,8\}$ απορρίπτεται.

Για $x=-1: B=\{-1,0,2,3\}$ δεκτή.

Άρα, η μοναδική τιμή του x για την οποία ισχύει $A\cap B=\{-1,3\}$ είναι $x=-1$.

γ. Για $x=-1$:

$A=\{-1,1,3\}$ και $B=\{-1,0,2,3\}$.

Άρα, $A\cap B=\{-1,3\}$

$$P(A)=P(1)+P(3)+P(-1)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}+\frac{2}{11}=\frac{5}{11}$$

$$P(B)=P(2)+P(0)+P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{7}{11}$$

$$P(A\cap B)=P(-1)+P(3)=\frac{2}{11}+\frac{1}{11}=\frac{3}{11}.$$

Επίσης, $P(A-B)=P(A)-P(A\cap B)=\frac{5}{11}-\frac{3}{11}=\frac{2}{11}$ και

$$P(A\cup B')=P(A)+P(B')-P(A\cap B')=$$

$$=P(A)+1-P(B)-P(A-B)=$$

$$=\frac{5}{11}+1-\frac{7}{11}-\frac{2}{11}=\frac{7}{11}$$

ΘΕΜΑ 4ο

α. $\overline{x_A} = \dfrac{12+18+t_3+t_4+\ldots+t_{25}}{25} \overset{\text{ΥΠΟΘ.}}{=} \dfrac{30+345}{25} = \dfrac{375}{25} = 15.$

$\overline{x_B} = \dfrac{16+14+t_3+t_4+\ldots+t_{25}}{25} \overset{\text{ΥΠΟΘ.}}{=} \dfrac{30+345}{25} = 15.$

Άρα $\overline{x_A} = \overline{x_B} = 15.$

β. $s_A^2 = \dfrac{1}{25}\left[(12-15)^2+(18-15)^2+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2\right] =$

$= \dfrac{1}{25}\left[18+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2\right] = \dfrac{18+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25}$

και

$s_B^2 = \dfrac{1}{25}\left[(16-15)^2+(14-15)^2+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2\right] =$

$= \dfrac{1}{25}\left[2+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2\right] = \dfrac{2+\sum_{i=3}^{25}(t_i-15)^2}{25}$

Οπότε: $s_A^2 - s_B^2 = \dfrac{16}{25}.$

γ. Είναι: $CV_A = \dfrac{s_A}{\overline{x_A}} \overset{\text{ΥΠΟΘ.}}{\Leftrightarrow} \dfrac{1}{15} = \dfrac{s_A}{15} \Leftrightarrow s_A = 1$

Από (β) έχουμε:

$1 - s_B^2 = \dfrac{16}{25} \Leftrightarrow s_B^2 = \dfrac{9}{25}$, δηλ. $s_B = \dfrac{3}{5}.$

Οπότε: $CV_B = \dfrac{s_B}{\overline{x_B}} = \dfrac{\frac{3}{5}}{15} = \dfrac{3}{5\cdot 15} = \dfrac{1}{25}.$