

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΓΙΩΡΓΟΣ ΤΕΡΖΑΚΗΣ
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ

ΦΥΣΙΚΗ

ΣΥΜΒΟΛΗ ΕΓΚΑΡΣΙΩΝ ΚΥΜΑΤΩΝ

Στα σημεία A και B της, αρχικά, ήρεμης επιφάνειας ενός υγρού βρίσκονται δύο πηγές αρμονικών κυμάτων Π_1 και Π_2 αντίστοιχα. Οι πηγές αρχίζουν να ταλαντώνονται τη χρονική στιγμή $t = 0$ κάθετα προς την επιφάνεια του υγρού σύμφωνα με την εξίσωση $y = A \cdot \eta\omega t$. Σημείο Σ του ευθύγραμμου τμήματος AB ταλαντώνεται με το μέγιστο πλάτος ταλάντωσης μετά τη συμβολή και των δύο κυμάτων σε αυτό. Το σημείο Σ είναι το πρώτο σημείο ενισχυτικής συμβολής μετά το μέσο M του ευθύγραμμου τμήματος AB. Η απόσταση του Σ από το M κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης τους και μετά τη συμβολή στα δύο σημεία παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 1\text{m} , 0, 2\text{m}]$. Η ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων είναι $u = 2\text{m/s}$.

A) Ένα σημείο K βρίσκεται πάνω στην ευθεία (ϵ) που διέρχεται από την πηγή Π_1 και είναι κάθετη στο ευθύγραμμο τμήμα AB. Οι αποστάσεις του σημείου K από τις πηγές Π_1 , Π_2 είναι $r_1 = 0,6\text{m}$ και $r_2 = 1\text{m}$ αντίστοιχα. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις της φάσης και της επιτάχυνσης του σημείου K από τη χρονική στιγμή $t = 0\text{s}$ έως την $t = 0,7\text{s}$.

B) Πόσα επιπλέον σημεία της ευθείας (ϵ) έχουν την ίδια ενέργεια ταλάντωσης με το σημείο K;

Γ) Ποια θα πρέπει να είναι η αρχική φάση ταλάντωσης της πηγής Π_1 ώστε το σημείο K να παραμένει ακίνητο; Θεωρήστε ότι η αρχική φάση ταλάντωσης της Π_1 παίρνει τιμές στο διάστημα $[0, 2\pi)$ και $\pi^2 = 10$.

ΛΥΣΗ

A) Εφόσον το σημείο Σ είναι το πρώτο σημείο ενισχυτικής συμβολής μετά το μέσο M θα ισχύει $\Sigma B - \Sigma A = \lambda$ ή $M B + \Sigma M - (M A - \Sigma M) = \lambda$ ή $\Sigma M = \lambda/2$

Αφού τα κύματα συμβάλλουν στα σημεία Σ και M οι εξισώσεις της ταλάντωσης τους θα είναι:

$$y_M = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi \frac{MA - MB}{2\lambda}\right) \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{MA + MB}{2\lambda}\right)\right] \text{ ή } y_M = 2A \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}\right)\right]$$

Και

$$y_\Sigma = 2A \cdot \sigma\upsilon\nu\left(2\pi \frac{\Sigma B - \Sigma A}{2\lambda}\right) \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{\Sigma B + \Sigma A}{2\lambda}\right)\right] \text{ ή } y_\Sigma = -2A \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}\right)\right] \text{ ή } y_\Sigma = 2A \cdot \eta\mu\left[2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{d}{2\lambda}\right) + \pi\right]$$

όπου d το μήκος του ευθύγραμμου τμήματος AB.

Επομένως τα σημεία Σ και M εμφανίζουν διαφορά φάσης $\Delta\phi = \pi \text{ rad}$ και συνεπώς έχουν χρονική διαφορά

$$\Delta t = \frac{\Delta\phi}{\omega} \text{ ή } \Delta t = \frac{\Delta\phi}{2\pi} = \frac{T}{2}$$

Άρα η μέγιστη απόσταση Z_{\max} μεταξύ των σημείων Σ και M παρουσιάζεται όταν αυτά έχουν αντίθετες μέγιστες απομακρύνσεις, ενώ η ελάχιστη Z_{\min} όταν διέρχονται ταυτόχρονα από τις Θ.Ι. τους κινούμενα με αντίθετες ταχύτητες.

$$\text{Οπότε } Z_{\min} = \frac{\lambda}{2} \text{ ή } \lambda = 2Z_{\min} \text{ ή } \lambda = 0,2\text{m} \text{ και } T = \frac{\lambda}{u} \text{ ή } T = 0,1\text{s}$$

$$\text{Ακόμα } Z_{\max}^2 = (4A)^2 + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 = 16A^2 + \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2 \text{ ή } A = \frac{1}{4} \sqrt{Z_{\max}^2 - \left(\frac{\lambda}{2}\right)^2} \text{ ή}$$

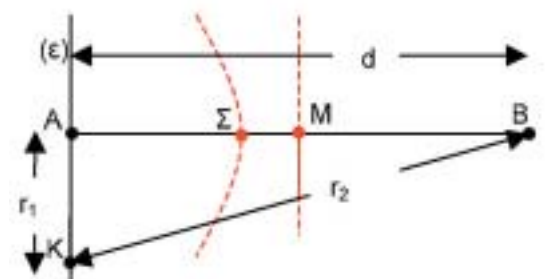
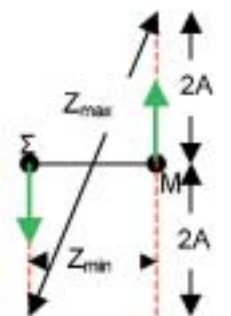
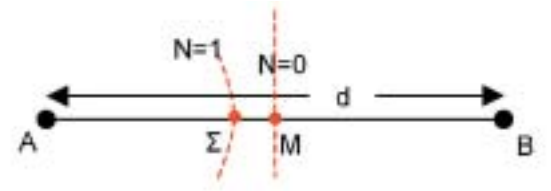
$$A = \frac{10^{-1}}{4} \sqrt{3} \text{ m}$$

• Η διαταραχή από την Π_1 φτάνει στο σημείο K την $t_1 = \frac{r_1}{u}$ ή $t_1 = 0,3\text{s}$

• Η διαταραχή από την Π_2 φτάνει στο σημείο K την $t_2 = \frac{r_2}{u}$ ή $t_2 = 0,5\text{s}$

Η φάση ϕ της ταλάντωσης του σημείου K περιγράφεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$\phi = \begin{cases} 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda}\right) = 20\pi t - 6\pi \text{ (S.I.)} & , 0,3\text{s} \leq t < 0,5\text{s} \\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda}\right) = 20\pi t - 8\pi \text{ (S.I.)} & , 0,5\text{s} \leq t \end{cases}$$



κυκλοφορεί...

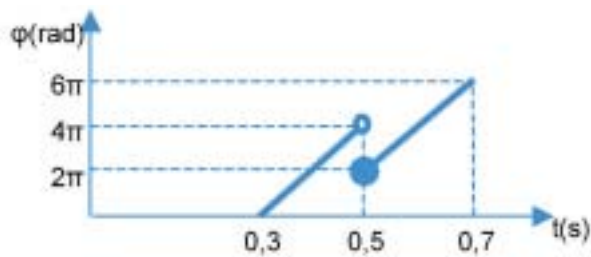
ΦΥΣΙΚΗ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

Θ. ΠΕΝΕΣΗΣ - Θ. ΘΕΟΔΩΡΟΥ
Δ. ΓΙΑΝΝΟΥΛΗΣ



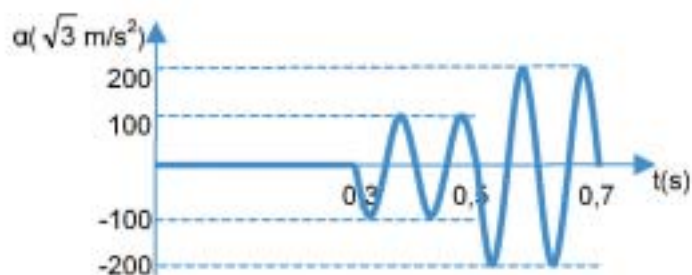
εκδόσεις
ΠΟΥΚΑΜΙΑΣ

Η γραφική της παράσταση φαίνεται στο ακόλουθο σχήμα:



Η επιτάχυνση του σημείου Κ περιγράφεται από την παρακάτω συνάρτηση:

$$\alpha = \begin{cases} 0 & , 0 \leq t < 0,3s \\ -\omega^2 A \eta \mu \left(2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) \right) = -100 \sqrt{3} \eta \mu (20\pi t - 6\pi) \text{ (S.I.)} & , 0,3s \leq t < 0,5s \\ -\omega^2 2A \sigma \nu \left(2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} \right) \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1 + r_2}{\lambda} \right) \right] = -200 \sqrt{3} \eta \mu (20\pi t - 8\pi) \text{ (S.I.)} & , 0,5s \leq t \end{cases}$$



Β) Η απόσταση d των δύο πηγών είναι: $d = \sqrt{r_2^2 - r_1^2}$ ή $d = 0,8m$

Για το σημείο Κ ισχύει: $r_2 - r_1 = N\lambda$ ή $0,4 = 0,2N$ ή $N = 2$.

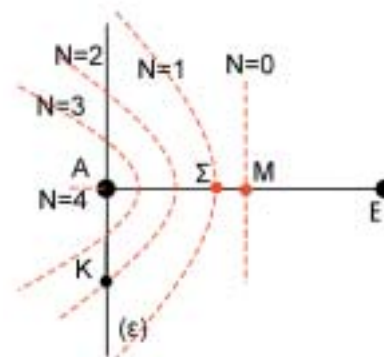
Θεωρούμε σημείο Δ ενισχυτικής συμβολής πάνω στο ευθύγραμμο

τμήμα ΑΒ. Επομένως $ΒΔ - ΑΔ = N\lambda$ ή $d - 2ΑΔ = N\lambda$ ή $ΑΔ = \frac{d - N\lambda}{2}$

Πρέπει $0 \leq ΑΔ \leq d$ ή $0 \leq \frac{d - N\lambda}{2} \leq d$ ή $-d \leq -N\lambda \leq d$ ή $-\frac{d}{\lambda} \leq N \leq \frac{d}{\lambda}$ ή $-4 \leq N \leq 4$

Άρα στο ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ υπάρχουν 9 σημεία ενισχυτικής συμβολής συμπεριλαμβανομένων και των δύο πηγών.

Από το σχήμα προκύπτει ότι στην ευθεία (ε) υπάρχουν 6 ακόμα σημεία με την ίδια ενέργεια με το Κ, δηλαδή 6 σημεία ενισχυτικής συμβολής.



Γ) Οι εξισώσεις των κυμάτων από τις πηγές Π₁ και Π₂ γίνονται:

$$y_1 = A \cdot \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{\lambda} \right) + \phi_0 \right] \quad y_2 = A \cdot \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{\lambda} \right) \right]$$

Σύμφωνα με την αρχή της υπέρθεσης των κυμάτων, για το σημείο Κ θα έχουμε:

$$y_K = y_1 + y_2 \text{ ή } y_K = A \cdot \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_1}{2\lambda} \right) + \phi_0 \right] + A \cdot \eta \mu \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r_2}{2\lambda} \right) \right] \text{ ή } y_K = 2A \cdot \sigma \nu \left(2\pi \frac{r_2 - r_1}{2\lambda} + \frac{\phi_0}{2} \right) \cdot \eta \mu \phi_K$$

όπου ϕ_K η φάση της ταλάντωσης του σημείου Κ.

Για να παραμένει το σημείο Κ συνεχώς ακίνητο πρέπει $|A_K| = 0$ ή

$$\pi \frac{r_2 - r_1}{\lambda} + \frac{\phi_0}{2} = (2N + 1) \frac{\pi}{2} \text{ ή } \phi_0 = 2N\pi - 3\pi$$

Όμως $0 \leq \phi_0 < 2\pi$ ή $0 \leq 2N\pi - 3\pi < 2\pi$ ή $1,5 \leq N < 2,5$ ή $N = 2$ Επομένως $\phi_0 = 4\pi - 3\pi$ ή $\phi_0 = \pi$



ΜΑΞ ΜΠΟΡΝ
(1882-1970)

Εβραϊκής καταγωγής Γερμανός φυσικός και μαθηματικός, που γεννήθηκε στην Μπρατισλάβα της ενιαίας Τσεχοσλοβακίας. Η συμβολή του στη θεμελίωση της κβαντομηχανικής θεωρείται καθοριστική, καθώς η ερμηνεία που δόθηκε στην «κυματική συνάρτηση» του Ερβιν Σρέντιγκερ φέρει την υπογραφή του. Αυτή εξάλλου η σημαντική εργασία, που «έδεσε» με τη μαθηματική έκφραση τις μεταβλητές ιδιότητες των μικροσωματιδίων και έδωσε ώθηση στην ανάπτυξη της κβαντικής Φυσικής απέφερε στον Μπορν το Νόμπελ Φυσικής το 1954. Ο Μπορν, όπως και ο Σρέντιγκερ συνεργάστηκαν επιστημονικά με όλους τους μεγάλους φυσικούς και μαθηματικούς της εποχής τους. Το Γκέτινγκεν της Γερμανίας με το ιστορικό πανεπιστήμιό του, έγινε κατά τη δεκαεπταετία 1920-1935 η κυψέλη μεγάλων επιστημόνων και εργαστήριο σημαντικών για την ανθρωπότητα μελετών και ανακαλύψεων. Στην «παρέα» ήταν όλοι όσοι οι ναζί είχαν βάλει στη μαύρη λίστα... και φυσικά και ο Αϊνστάιν με τον οποίο ο Μπορν συνδέθηκε και φιλικά. Συνυπέγραψε μάλιστα μαζί του το μανιφέστο κατά της χρησιμοποίησης των πυρηνικών όπλων. Μία από τις σημαντικότερες «ανακαλύψεις» του Μπορν ήταν ο Βέρνερ Χάιζενμπεργκ, ένας νεαρός τότε ερευνητής, που και ιδέες του έδωσε και τη σκυτάλη στην εξέλιξη της κβαντικής του πήρε...



ΕΚΔΟΣΕΙΣ
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ