

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΦΥΣΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΘΕΟΔΩΡΙΔΗΣ
ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΓΚΙΚΑΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΠΑΠΑΠΑΝΟΥ



Έκκεντρη, ονομάζεται η κρούση στην οποία οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σωμάτων που συγκρούονται είναι παράλληλες.

ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΕΚΚΕΝΤΡΗ ΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Δύο σφαίρες (1) και (2) έχουν μάζες $m_1 = m_2 = 1\text{Kg}$ και $m_2 = \lambda m$ και ακτίνες $R_1 = 1\text{cm}$ και $R_2 = 3\text{cm}$, αντίστοιχα. Οι σφαίρες έχουν λείες επιφάνειες και κινούνται αντίρροπα πάνω σε λεία οριζόντια επιφάνεια. Οι ταχύτητες των κέντρων μάζας των σφαιρών \vec{u}_1 και \vec{u}_2 , αντίστοιχα έχουν μέτρα $u_1 = 3\text{m/s}$ και $u_2 = 1\text{m/s}$.

A. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται κεντρικά και πλαστικά. Αν το ποσοστό απώλειας κινητικής ενέργειας του συστήματος των δύο σφαιρών κατά την πλαστική κρούση είναι το μέγιστο δυνατό, να βρείτε τη σταθερά λ .

B. Οι δύο σφαίρες συγκρούονται έκκεντρα και ελαστικά. Αν οι αρχικές διευθύνσεις των ταχυτήτων των σφαιρών απέχουν κατά h με $0 < h < 4\text{cm}$ (σχήμα 1) και μετά την κρούση τους κάθε μία κινείται σε διεύθυνση κάθετη στην αρχική διεύθυνση κίνησης της:

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της ταχύτητας κάθε σφαίρας μετά την κρούση.

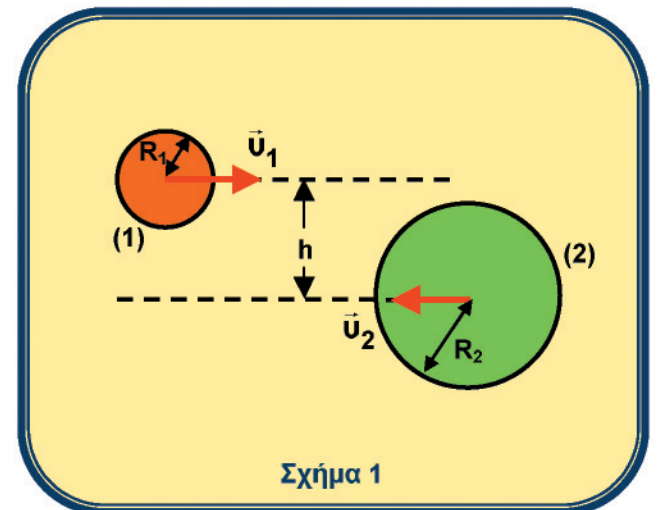
β) Να υπολογίσετε

i. τη μεταβολή της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση

ii. τη μεταβολή του μέτρου της ορμής κάθε σφαίρας κατά την κρούση

γ) Να υπολογίσετε την απόσταση h των αρχικών διευθύνσεων κίνησης των σφαιρών.

Θεωρήσετε αμελητέα τη διάρκεια των κρούσεων και πώς κατά τη διάρκεια τους δεν παρατηρείται παραμόρφωση των σφαιρών.



Σχήμα 1

Λύση

A. Για την πλαστική κρούση των σφαιρών, εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ορμής του συστήματός τους προκύπτει:

$$\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ} \quad \text{ή} \quad m u_1 - \lambda m u_2 = (m + \lambda m) V \quad \text{ή} \quad u_1 - \lambda u_2 = (1 + \lambda) V$$

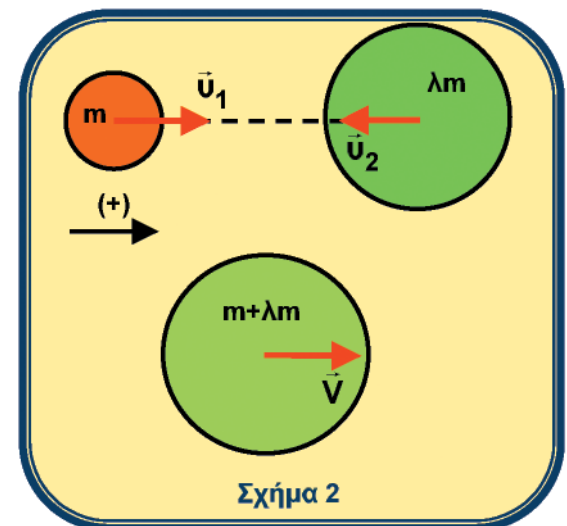
$$V = \frac{u_1 - \lambda u_2}{1 + \lambda} \quad (1)$$

Το ποσοστό απώλειας κινητικής ενέργειας κατά την πλαστική κρούση υπολογίζεται από τη σχέση:

$$\frac{|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}|}{K_{ολ,αρχ}} 100\% = \left| \frac{K_{ολ,τελ}}{K_{ολ,αρχ}} - 1 \right| 100\%$$

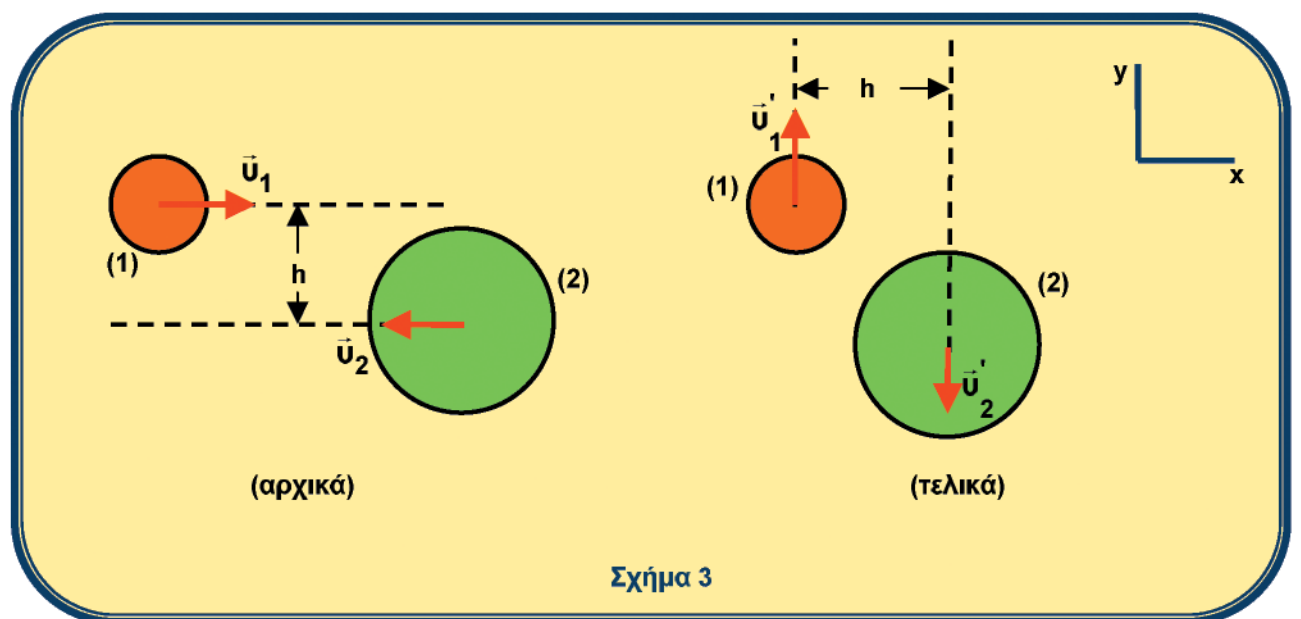
Το ποσοστό αυτό είναι μέγιστο (100%) όταν $K_{ολ,τελ} = 0$ ή $V = 0$
Από τη σχέση (1) τότε προκύπτει:

$$u_1 - \lambda u_2 = 0 \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{u_1}{u_2} \quad \text{ή} \quad \lambda = 3$$



Σχήμα 2

B. α) Οι δύο σφαίρες αμέσως μετά την κρούση αποκτούν ταχύτητες \vec{u}'_1 και \vec{u}'_2 με διευθύνσεις κάθετες στις διευθύνσεις των \vec{u}_1 και \vec{u}_2 , αντίστοιχα.



Σχήμα 3

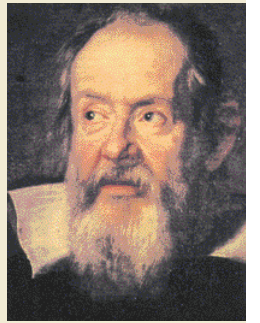
www.poukamisas.gr

20 ΧΡΟΝΙΑ

φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

ΑΓ. ΒΑΡΒΑΡΑ • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ
(ΝΕΟ) ΑΓ. Ι. ΡΕΝΤΗΣ • ΑΙΓΑΛΕΩ
• ΑΜΦΙΑΛΗ • ΓΑΛΑΤΣΙ • ΓΛΥΦΑΔΑ
• ΔΡΑΠΕΤΣΩΝΑ • ΗΡΑΚΛΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
• ΚΑΛΛΙΘΕΑ • ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
• ΛΑΡΙΣΑ • ΜΕΓΑΡΑ • ΜΟΣΧΑΤΟ
• ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ • ΝΙΚΑΙΑ • ΠΕΙΡΑΙΑΣ
• ΠΕΡΑΜΑ • ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ

ΓΑΛΙΛΑΙΟΣ
(1564-1642)



Ιταλός αστρονόμος, φιλόσοφος και κατά πολλούς ο πρώτος επιστήμονας φυσικός. Σίγουρα ο Galileo Galilei υπήρξε ο πρώτος που αντικατέστησε την υποθετική μέθοδο με την πειραματική και άνοιξε το δρόμο στην έρευνα. Ήταν επανάσταση για την εποχή αυτό, αφού οι συστηματικές αστρονομικές του ανακαλύψεις και κυρίως η διατύπωση του πρώτου νόμου για την κίνηση των ουράνιων σωμάτων ήρθαν σε απόλυτη σύγκρουση με το κυρίαρχο παπικό καθεστώς της Ρωμαιοκαθολικής Εκκλησίας εξ ουό οι διώξεις και οι φυλακίσεις του (μόλις το 1992 αποκατέστησε τη μνήμη του ο Πάπας!!!). Απτόντος ο Γαλιλαίος πρόλαβε να στηρίξει τις θεωρίες της κίνησης, από τον Αρχιμήδη μέχρι τον Κοπέρνικο, να αποκαλύψει ότι και η Σελήνη κινείται γύρω από τη Γη και τον εαυτό της, να δει τον δακτύλιο του Κρόνου, τις ηλιακές κηλίδες και τις φάσεις της Αφροδίτης μέσα από το νέο τηλεσκόπιο που έφτιαξε και να αποδείξει την ισχύ της ηλιοκεντρικής θεωρίας. Ίσως δεν είναι τυχαίο που ο θάνατός του συνέπεσε με τη γέννηση του συνεχιστή Νεύτωνα...

Αν $\vec{p}_{ολ,αρχ}$ και $\vec{p}_{ολ,τελ}$ οι ορμές του συστήματος των σφαιρών ελάχιστα πριν και μετά την κρούση, αντίστοιχα ισχύει: $\vec{p}_{ολ,αρχ} = \vec{p}_{ολ,τελ}$

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ορμής του συστήματος στις διευθύνσεις x και y προκύπτει:

- Διεύθυνση x: $p_{ολ,αρχ}^x = p_{ολ,τελ}^x$ ή $p_1 - p_2 = 0$ ή $m_1 u_1 - m_2 u_2 = 0$ ή $m_1 u_1 = m_2 u_2$ ή $u_2 = \frac{m_1}{m_2} u_1$ (2)
- Διεύθυνση y: $p_{ολ,αρχ}^y = p_{ολ,τελ}^y$ ή $0 = p_1' - p_2'$ ή $0 = m_1 u_1' - m_2 u_2'$ ή $m_1 u_1' = m_2 u_2'$ ή $u_2' = \frac{m_1}{m_2} u_1'$ (3)

Αφού οι σφαίρες συγκρούονται ελαστικά η κινητική ενέργεια του συστήματος τους διατηρείται σταθερή, δηλαδή ισχύει:

$$K_{ολ,αρχ} = K_{ολ,τελ} \text{ ή } K_1 + K_2 = K_1' + K_2' \text{ ή } \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2 = \frac{1}{2} m_1 (u_1')^2 + \frac{1}{2} m_2 (u_2')^2 \text{ ή } m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 (u_1')^2 + m_2 (u_2')^2 \text{ (4)}$$

Η σχέση (4) μέσω των σχέσεων (2) και (3) γίνεται:

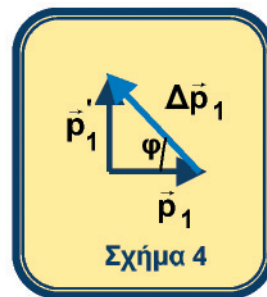
$$m_1 u_1^2 + m_2 \frac{m_1^2}{m_2^2} u_1^2 = m_1 (u_1')^2 + m_2 \frac{m_1^2}{m_2^2} (u_1')^2 \text{ ή } \left(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} \right) u_1^2 = \left(m_1 + \frac{m_1^2}{m_2} \right) (u_1')^2 \text{ ή } u_1 = u_1' = 3m/s$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (2) και (3) προκύπτει:

$$\frac{u_2}{u_1} = \frac{u_1}{u_1'} \text{ ή } u_2 = u_2' = 1m/s$$

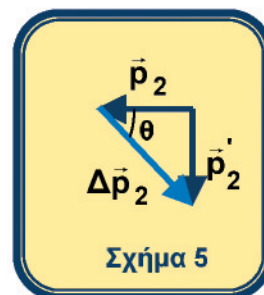
β) i. Για τη μεταβολή της ορμής $\Delta \vec{p}_1$ της σφαίρας (1) ισχύει: $\Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1' - \vec{p}_1$

- Το μέτρο της μεταβολής $\Delta \vec{p}_1$ είναι: $\Delta p_1 = \sqrt{(p_1')^2 + (p_1)^2}$ ή $\Delta p_1 = \sqrt{(m_1 u_1')^2 + (m_1 u_1)^2}$ ή $\Delta p_1 = m_1 \sqrt{(u_1')^2 + (u_1)^2}$ ή $\Delta p_1 = m_1 u_1 \sqrt{2}$ ή $\Delta p_1 = 3\sqrt{2} \text{ Kgm/s}$
- Η μεταβολή $\Delta \vec{p}_1$ σχηματίζει γωνία φ με την οριζόντια διεύθυνση για την οποία ισχύει: $\epsilon\phi\phi = \frac{m_1 u_1'}{m_1 u_1} = 1$ ή $\phi = 45^\circ$



Ομοίως για τη μεταβολή της ορμής $\Delta \vec{p}_2$ της σφαίρας (2) ισχύει: $\Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2' - \vec{p}_2$ και τελικά

- το μέτρο της μεταβολής $\Delta \vec{p}_2$ είναι: $\Delta p_2 = m_2 u_2 \sqrt{2}$ ή $\Delta p_2 = 3\sqrt{2} \text{ Kgm/s}$
- ενώ η $\Delta \vec{p}_2$ σχηματίζει γωνία θ με την οριζόντια διεύθυνση για την οποία ισχύει: $\epsilon\phi\theta = 1$ ή $\theta = \phi = 45^\circ$



ii. Για τη μεταβολή του μέτρου της \vec{p}_1 ισχύει:

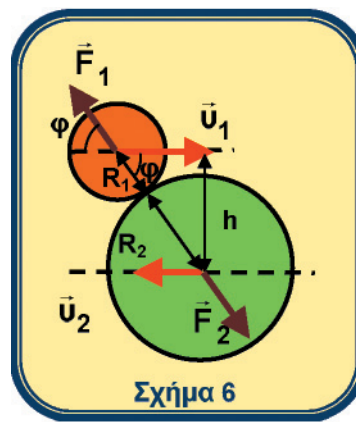
$$\Delta |\vec{p}_1| = p_1' - p_1 \text{ ή } \Delta |\vec{p}_1| = m_1 u_1' - m_1 u_1 \text{ ή } \Delta |\vec{p}_1| = 0$$

Ομοίως τη μεταβολή του μέτρου της \vec{p}_2 ισχύει: $\Delta |\vec{p}_2| = p_2' - p_2$ ή

$$\Delta |\vec{p}_2| = m_2 u_2' - m_2 u_2 \text{ ή } \Delta |\vec{p}_2| = 0$$

γ) Η δύναμη που ασκείται σε κάθε σφαίρα κατά την κρούση τους (\vec{F}_1, \vec{F}_2) έχει την ίδια φορά με τη φορά της μεταβολής της ορμής της κάθε σφαίρας. Επομένως οι δυνάμεις σχηματίζουν γωνία 45° με την οριζόντια διεύθυνση και η διεύθυνση τους συμπίπτει με την ευθεία της διακέντρου των σφαιρών. Έτσι ισχύει:

$$\eta\mu\phi = \frac{h}{R_1 + R_2} \text{ ή } h = (R_1 + R_2)\eta\mu\phi \text{ ή } h = 4 \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ cm ή } h = 2\sqrt{2} \text{ cm}$$



www.poukamisas.gr



εδώ και **20 χρόνια**, στα Φροντιστήρια Πουκαμισάς, πάνω από **12.500 μαθητές** έκαναν το όνειρό τους πραγματικότητα...

κάν'το κι εσύ !

φροντιστήρια **ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ**