ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

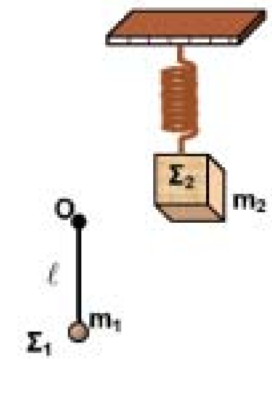
ΦΥΣΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΑΝΔΡΙΟΠΟΥΛΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΠΑΠΑΠΑΝΟΥ
ΜΑΡΙΝΑ ΧΑΤΖΗΜΙΧΑΗΛ
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΑΝΤΑΛΟΓΛΟΥ

"Η πλαστική κρούση είναι ειδική περίπτωση ανελαστικής κρούσης στην οποία δημιουργείται συσσωμάτωμα.

ΠΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ

Ένα σώμα $Σ_1$ μικρών διαστάσεων και μάζας $m_1 = 1Kg$ είναι δεμένο στο ένα άκρο, αβαρούς και μη εκτατού νήματος μήκους $\ell = 0{,}35m$, το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο O όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Το σώμα $Σ_1$ αρχικά ισορροπεί ενώ, το νήμα είναι κατακόρυφο. Εκτοξεύουμε οριζόντια το σώμα $Σ_1$ με ταχύτητα μέτρου $υ_o = 4m/s$ οπότε αυτό αρχίζει να διαγράφει κυκλική τροχιά γύρω από το O και να ανυψώνεται.



Σχήμα 1

α) Να βρείτε το μέτρο της στροφορμής του σώματος $Σ_1$ ως προς το O τη στιγμή της εκτόξευσης.

Τη στιγμή t = 0s που το νήμα γίνεται οριζόντιο, το κόβουμε και αμέσως το σώμα $Σ_1$ συγκρούεται κεντρικά και πλαστικά με δεύτερο σώμα $Σ_2$ μάζας $m_2 = 2Kg$ που ισορροπεί αναρτημένο σε κατακόρυφο ελατήριο σταθεράς K = 100N/m. Το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

β) Να υπολογίσετε τη μεταβολή της στροφορμής του σώματος $Σ_1$ ως προς το O από τη στιγμή της εκτόξευσης μέχρι ελάχιστα πριν κόψουμε το νήμα.

γ) Να βρείτε την ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση και το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά τη διάρκεια της.

δ) Να υπολογίσετε την κυκλική συχνότητα και το πλάτος της ταλάντωσης του συσσωματώματος

ε) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας αμέσως μετά την κρούση και να γράψετε τη χρονική εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης .

Θεωρήστε αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης και θετική φορά την αρχική φορά κίνησης του συσσωματώματος.
Δίνεται : $g = 10m/s^2$.

ΛΥΣΗ

α) Τη στιγμή της εκτόξευσης του σώματος $Σ_1$ η στροφορμή του ως προς το O έχει μέτρο:
$L_o = m_1 υ_o \ell$ ή $L_o = 1{,}40\ Kg\cdot m^2/s$

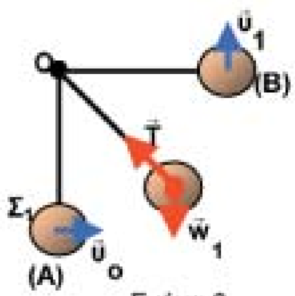
β) Κατά την κυκλική κίνηση του σώματος $Σ_1$ από τη θέση (A) που το νήμα είναι κατακόρυφο μέχρι τη θέση (B) που είναι οριζόντιο ασκούνται σε αυτό οι εξής δυνάμεις:

- το βάρος $\vec{w}_1$
- η τάση του νήματος $\vec{T}$

Αν $υ_1$ το μέτρο της ταχύτητας του σώματος $Σ_1$ στη θέση (B), εφαρμόζοντας το θεώρημα μεταβολής της κινητικής ενέργειας για την κίνηση αυτή παίρνουμε:

$$ΔK = W_{ολικ.} \text{ ή } K_{B.} - K_{A.} = W_{w_1} \text{ ή } \frac{1}{2}m_1υ_1^2 - \frac{1}{2}m_1υ_o^2 = -m_1 g\ell \text{ ή }$$

$$υ_1 = \sqrt{υ_o^2 - 2g\ell} \text{ ή } υ_1 = 3m/s.$$



Σχήμα 2

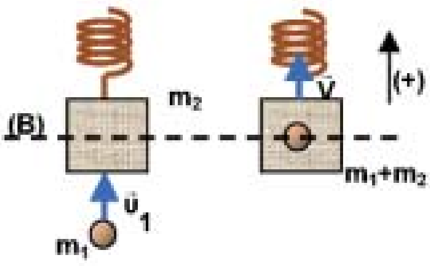
Ελάχιστα πριν κοπεί το νήμα, το σώμα $Σ_1$ έχει στροφορμή μέτρου:
$L_1 = m_1 υ_1 \ell$ ή $L_1 = 1{,}05\ Kg\cdot m^2/s$

Οι στροφορμές $\vec{L}_1$, $\vec{L}_0$ είναι ομόρροπες (κάθετες στο επίπεδο με φορά προς τα επάνω). Επομένως, για τη μεταβολή $Δ\vec{L}$ της στροφορμής του σώματος $Σ_1$ ως προς το O παίρνουμε:

$Δ\vec{L} = \vec{L}_1 - \vec{L}_o$ ή $ΔL = L_1 - L_o$ ή $ΔL = -0{,}35\ Kg\cdot m^2/s$

γ) Για την πλαστική κρούση του σώματος $Σ_1$ και $Σ_2$ (σχήμα 3) εφαρμόζοντας την αρχή διατήρησης της ορμής του συστήματος τους παίρνουμε:

$$\vec{P}_{ολ,αρχ} = \vec{P}_{ολ,τελ} \text{ ή } m_1υ_1 = (m_1 + m_2)V \text{ ή } V = \frac{m_1υ_1}{m_1 + m_2} \text{ ή } V = 1m/s$$



Σχήμα 3

Το ποσοστό της κινητικής ενέργειας που μετατρέπεται σε θερμότητα κατά την κρούση είναι:

$$x\% = \frac{\left|K_{ολ,τελ} - K_{ολ,αρχ}\right|}{K_{ολ,αρχ}} 100\% \text{ ή}$$

$$x\% = \frac{\left|\frac{1}{2}(m_1 + m_2)V^2 - \frac{1}{2}m_1υ_1^2\right|}{\frac{1}{2}m_1υ_1^2} 100\% \text{ ή } x\% = \frac{200}{3}\%$$

δ) Πριν την πλαστική κρούση το σώμα Σ_2 ισορροπεί στη θέση (Β) όπου το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell$ και σε αυτό ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- το βάρος $\vec{w}_2$
- η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$

Από τις συνθήκες ισορροπίας για το σώμα Σ_2 παίρνουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F_{\varepsilon\lambda} = w_2$ ή $K\cdot\Delta\ell = m_2 g$ ή $\Delta\ell = \frac{m_2}{K}g$ ή $\Delta\ell = 0{,}2m$

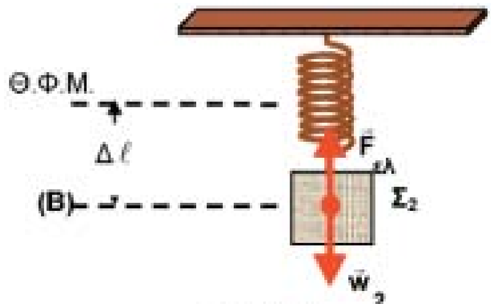
Μετά την κρούση, το συσσωμάτωμα που σχηματίζεται ισορροπεί στη θέση (Γ) όπου το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά $\Delta\ell'$ και του ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- το βάρος $\vec{w}_{\sigma\upsilon\sigma}$
- η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}'_{\varepsilon\lambda}$

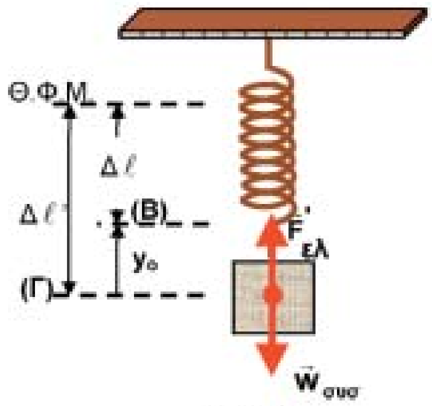
Από τις συνθήκες ισορροπίας για το συσσωμάτωμα παίρνουμε:

$\Sigma F = 0$ ή $F'_{\varepsilon\lambda} = w_{\sigma\upsilon\sigma}$ ή $K\cdot\Delta\ell' = (m_1 + m_2)g$ ή $\Delta\ell' = \frac{m_1+m_2}{K}g$ ή

$\Delta\ell' = 0{,}3m$



Σχήμα 4



Σχήμα 5

Επομένως, τη στιγμή t = 0s η αρχική απομάκρυνση του συσσωματώματος είναι $y_o = \Delta\ell' - \Delta\ell$ ή $y_o = 0{,}1m$

Η κυκλική συχνότητα της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα είναι: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m_1+m_2}}$ ή $\omega = \frac{10\sqrt{3}}{3}$ rad/s

Εφαρμόζοντας αρχή διατήρησης της ενέργειας της ταλάντωσης παίρνουμε:

$K + U = E$ ή $\frac{1}{2}(m_1+m_2)V^2 + \frac{1}{2}Dy_o^2 = \frac{1}{2}DA^2$ ή $(m_1+m_2)V^2 + (m_1+m_2)\omega^2 y_o^2 = (m_1+m_2)\omega^2 A^2$ ή

$A = \sqrt{\frac{V^2}{\omega^2} + y_o^2}$ ή $A = 0{,}2m$

ε) Τη στιγμή της κρούσης (t = 0s) το συσσωμάτωμα βρίσκεται στη θέση (Β) με $y = y_o = +0{,}1m$ και ταχύτητα $\upsilon_{t=0} = V = +1m/s > 0$. Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας είναι: $\frac{dK}{dt} = F\cdot\upsilon = -K\cdot y\cdot\upsilon$

Για τη χρονική στιγμή t = 0s από την παραπάνω σχέση παίρνουμε: $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t=0} = -K\cdot y_o\cdot V$ ή $\left(\frac{dK}{dt}\right)_{t=0} = -10J/s$

Από την εξίσωση της απομάκρυνσης $y = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ για t = 0 παίρνουμε: $0{,}1 = 0{,}2\eta\mu\varphi_o$ ή $\eta\mu\varphi_o = \frac{1}{2}$

Επομένως, ισχύει: $\varphi_o = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6}$ με $\kappa \in Z$ ή $\varphi_o = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6}$ με $\kappa \in Z$

Για κ = 0 παίρνουμε: $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$ ή $\varphi_o = \frac{5\pi}{6}$

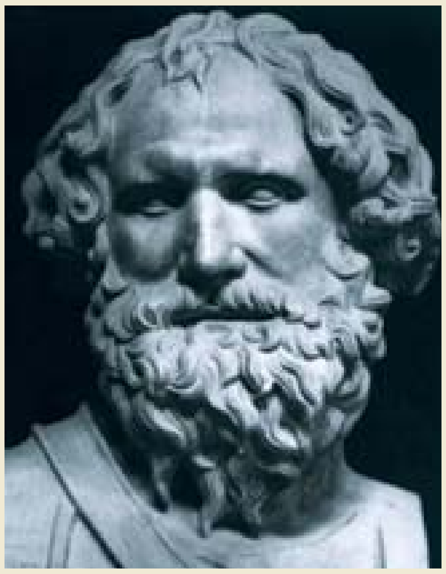
Από την εξίσωση της ταχύτητας ταλάντωσης $\upsilon = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu(\omega t + \varphi_o)$ για t = 0 παίρνουμε: $\upsilon_{t=0} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\varphi_o$

Για $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$ προκύπτει: $\upsilon_{t=0} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{6} > 0$ ενώ για $\varphi_o = \frac{5\pi}{6}$ προκύπτει: $\upsilon_{t=0} = \upsilon_{max}\sigma\upsilon\nu\frac{5\pi}{6} < 0$

Τελικά καταλήγουμε πως: $\varphi_o = \frac{\pi}{6}$

Και η εξίσωση της απομάκρυνσης στο S.I. είναι η: $y = 0{,}2\eta\mu(\frac{10\sqrt{3}}{3}t + \frac{\pi}{6})$

Η δύναμη επαναφοράς υπολογίζεται από τη σχέση: $F = -Dy$ ή $F = -(m_1 + m_2)\omega^2 y$ ή $F = -20\eta\mu(\frac{10\sqrt{3}}{3}t + \frac{\pi}{6})$ (S.I.)



ΑΡΧΙΜΗΔΗΣ (287-212 Π.Χ)

Μια από τις σημαντικότερες μορφές της αρχαιότητας στα μαθηματικά, τη φυσική και τη μηχανική, πρωτοπόρος στη σύλληψη δεκάδων σημαντικών εφευρέσεων για τις οποίες ο ίδιος ο Γαλιλαίος αιώνες αργότερα θα πει ότι επρόκειτο για έργα είτε ιδιοφυιούς είτε μάγου! Στις Συρακούσες, την ελληνική αποικία της Σικελίας, όπου γεννήθηκε και μεγαλούργησε, όταν καθέλκυσε το τεράστιο πολυτελές πλοίο «Συρακοσία» (το οποίο εξάλλου εκείνος ναυπήγησε) χάρη στο πολύσπαστο - δικό του όργανο - φέρεται ότι είπε την περίφημη φράση «δος μοι πά στω και ταν γαν κινάσω». Δηλαδή «δώσε μου τόπο να σταθώ και μπορώ να κινήσω τη Γη». Η φράση αυτή ανέτρεψε την κρατούσα αντίληψη της εποχής ότι η Γη στεκόταν ακίνητη στο Κέντρο του Σύμπαντος και έθεσε σε κίνηση για πρώτη φορά τη σκέψη μήπως η Γη κινείται... Οι πολεμικές και άλλες μηχανές που επινόησε για να αντιμετωπιστεί η πολιορκία των Ρωμαίων ήταν ασύλληπτες. Εκτός από το πολύσπαστο (τροχαλία) ανακάλυψε τον κοχλία (υδραντλία), το πλανητάριο (σφαίρα με τις θέσεις του Ήλιου και των πλανητών), τους «σκορπιούς» (καταπέλτες εκσφενδονισμού βράχων). Δικής του έμπνευσης ήταν και τα καυστικά κάτοπτρα για συγκέντρωση ηλιακής ενέργειας, με την οποία έκαψε το ρωμαϊκό στόλο. Οι Ρωμαίοι, όμως τον σκότωσαν, όταν κατάφεραν να μπουν στις Συρακούσες... Θρυλείται ότι ο δολοφόνος τον βρήκε βουτηγμένο μέσα σε νέα όργανα να του φωνάζει «μη μου τους κύκλους τάραττε». Στα ελληνικά τα κυριότερα έργα του που διασώθηκαν ήταν «Περί σφαίρας και κυλίνδρου», «Κύκλου μέτρησις», «Περί ελίκων».