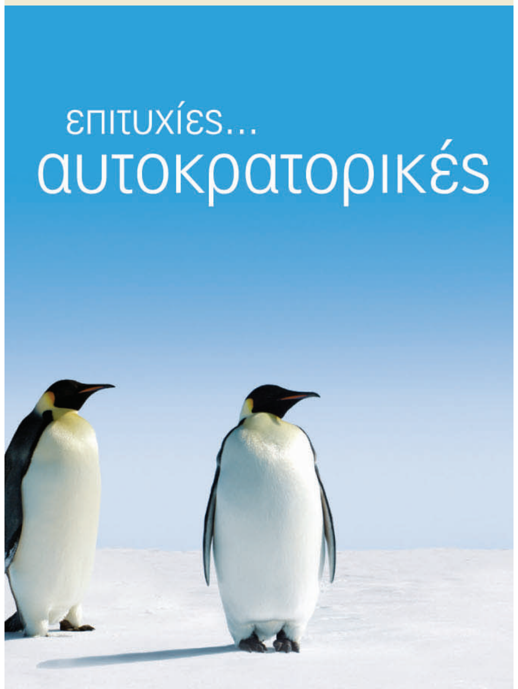
ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΜΑΡΙΝΑ ΧΑΤΖΗΜΙΧΑΗΛ
ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΓΡΕΤΟΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΠΑΠΑΠΑΝΟΥ

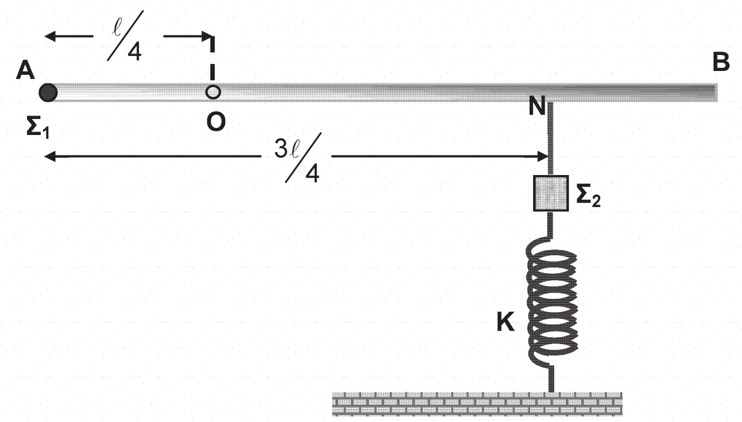
Ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας ενός σώματος κάποια χρονική στιγμή t ονομάζεται γωνιακή επιτάχυνση του σώματος, δηλαδή

$\vec{α}_{γων} = \frac{d\vec{ω}}{dt}$.



ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ & ΚΙΝΗΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Μια λεπτή και αβαρής ράβδος ΑΒ έχει μήκος $\ell = 6m$ και ισορροπεί σε οριζόντια θέση όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Στο άκρο Α της ράβδου βρίσκεται στερεωμένο σφαιρίδιο $Σ_1$ μάζας m = 2Kg. Η ράβδος μπορεί να περιστραφεί, χωρίς τριβές γύρω από ακλόνητο σημείο Ο που απέχει απόσταση $\frac{\ell}{4}$ από το άκρο Α. Ένα αβαρές, τεντωμένο νήμα συνδέει το σημείο Ν της ράβδου με σώμα $Σ_2$ μικρών διαστάσεων και μάζας M = 5Kg το οποίο είναι στερεωμένο σε ελεύθερο άκρο ιδανικού ελατηρίου σταθερά K = 80N/m. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το νήμα και ο άξονας το ελατηρίου βρίσκονται στην ίδια κατακόρυφο. Το σημείο Ν απέχει από το άκρο Α απόσταση $\frac{3\ell}{4}$.



Σχήμα 1

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται στη ράβδο και την δυναμική ενέργεια που είναι αποθηκευμένη στο ελατήριο.

Τη χρονική στιγμή t = 0 κόβουμε το νήμα και ταυτόχρονα στο σημείο Ν της ράβδου ασκούμε μεταβλητού μέτρου δύναμη $\vec{F}$ που δρα συνεχώς κάθετα στη ράβδο. Το σώμα $Σ_2$ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και η ράβδος να στρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $α_{γων} = 4rad/s^2$ με φορά αντίθετη της φοράς κίνησης των δειχτών του ρολογιού.

β) Να υπολογίσετε το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το $Σ_2$ και την απομάκρυνση του από τη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του όταν η ράβδος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου $ω = \frac{3π}{2}$ rad/s.

γ) Να γράψετε και να παραστήσετε γραφικά τη σχέση της (αλγεβρικής) τιμής της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με τη γωνία θ που σχηματίζει η ράβδος με την οριζόντια διεύθυνση για $0 \le θ \le 90^{\circ}$.

δ) Να υπολογίσετε το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου όταν F = 0.

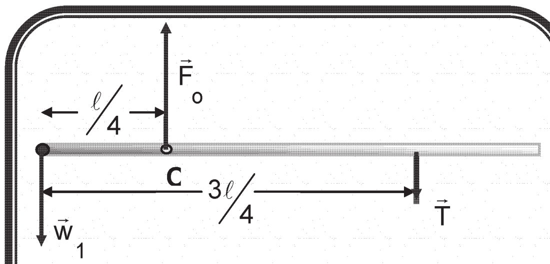
Θεωρήστε πως όλες οι κινήσεις πραγματοποιούνται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο.

Δίνεται: $συν\frac{3π}{10} = 0,6$ και $g = 10m/s^2$.

Λύση

α) Στο σύστημα ράβδου – σώματος $Σ_1$ ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος του $Σ_1$ $\vec{w}_1 = m\vec{g}$
- Η τάση $\vec{T}$ του νήματος
- Η δύναμη $\vec{F}_O$ από τον άξονα περιστροφής.



Σχήμα 2

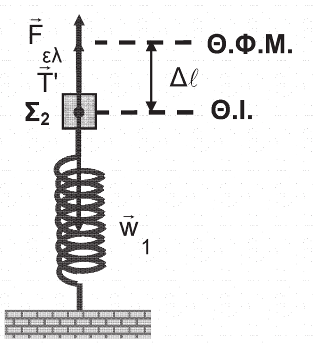
Από τις συνθήκες ισορροπίας για το σύστημα προκύπτει:

$Στ_{(O)} = 0$ ή $τ_{mg(O)} + τ_{T(O)} + τ_{F_O(O)} = 0$ ή

$mg\frac{\ell}{4} = T\left(\frac{3\ell}{4} - \frac{\ell}{4}\right)$ ή $T = \frac{mg}{2}$ ή $T = 10N$

Στο σώμα $Σ_2$ ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος του $Σ_2$: $\vec{w}_2 = M\vec{g}$ (με $w_2 = Mg = 50N$)
- Η τάση $\vec{T}'$ του νήματος με T' = T = 10N
- Η δύναμη $\vec{F}_{ελ}$ του ελατηρίου η οποία έχει φορά κατακόρυφη προς τα πάνω αφού το $Σ_2$ ισορροπεί και $T' = 10N < 50N = w_2$.



Σχήμα 3

Από τον 1° νόμο του Newton για την ισορροπία του $Σ_2$ προκύπτει:

$ΣF = 0$ ή $T' + F_{ελ} = w_2$ ή $T' + KΔ\ell = w_2$ ή $Δ\ell = \frac{w_2 - T'}{K}$ ή $Δ\ell = 0,5m$

Επομένως η αποθηκευμένη ενέργεια στο ελατήριο είναι:

$U_{ελ} = \frac{1}{2}K(Δ\ell)^2$ ή $U_{ελ} = 10 J$

β) Μετά το κόψιμο του νήματος, η θέση που ισορροπούσε το σώμα $Σ_2$ (Θ.Ι.) γίνεται ακραία θέση της ταλάντωσης του η οποία πραγματοποιείται γύρω από μια νέα θέση ισορροπίας (Ν.Θ.Ι.) όπου $F'_{ελ} = w_2$ ή $KΔ\ell' = w_2$ ή

$Δ\ell' = \frac{w_2}{K}$ ή $Δ\ell' = 0{,}625m$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης του $Σ_2$ είναι: $A = Δ\ell' - Δ\ell$ ή $A = 0{,}125m$

Η ράβδος αρχίζει να εκτελεί ομαλά επιταχυνόμενη στροφική κίνηση χωρίς αρχική ταχύτητα με $α_{γων} = 4rad/s^2$ και θα αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου $ω = \frac{3π}{2}$ rad/s τη χρονική στιγμή t_1 κατά την οποία ισχύει: $ω = α_{γων}t_1$ ή

$t_1 = \frac{ω}{α_{γων}}$ ή $t_1 = \frac{3π}{8}$s.

Η περίοδος της ταλάντωσης του $Σ_2$ είναι: $T = 2π\sqrt{\frac{M}{K}}$ ή $T = \frac{π}{2}$s.

Παρατηρούμε πως $t_1 = \frac{3T}{4}$. Αφού το $Σ_2$ αρχίζει να ταλαντώνεται από ακραία θέση, τη χρονική στιγμή t_1 θα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας για $2^η$ φορά μετά την έναρξη της ταλάντωσης. Άρα την στιγμή t_1 βρίσκεται στη θέση x = 0.

γ) Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – σώματος $Σ_1$ ως προς το σημείο Ο δίνεται από τη σχέση:

$I_{(o)} = m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2$

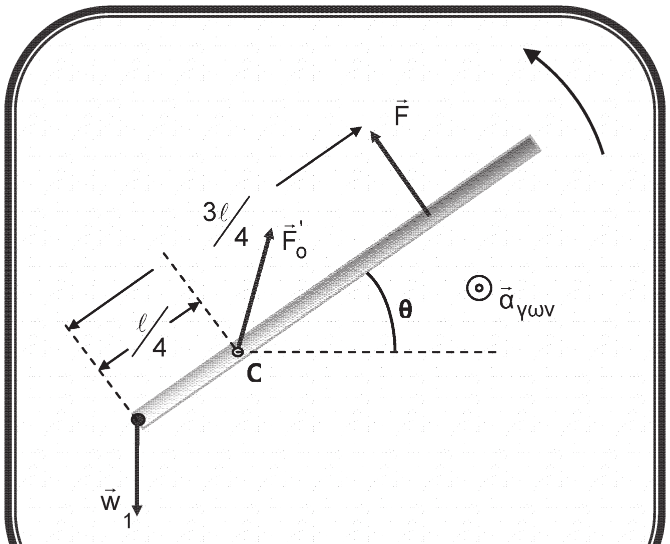
Στο σύστημα ράβδου – σώματος $Σ_1$ ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος του $Σ_1$ $\vec{w}_1 = m\vec{g}$
- Η μεταβλητή δύναμη $\vec{F}$.
- Η δύναμη $\vec{F}'_o$ από τον άξονα περιστροφής.

Από το νόμο της στροφικής κίνησης ισχύει:

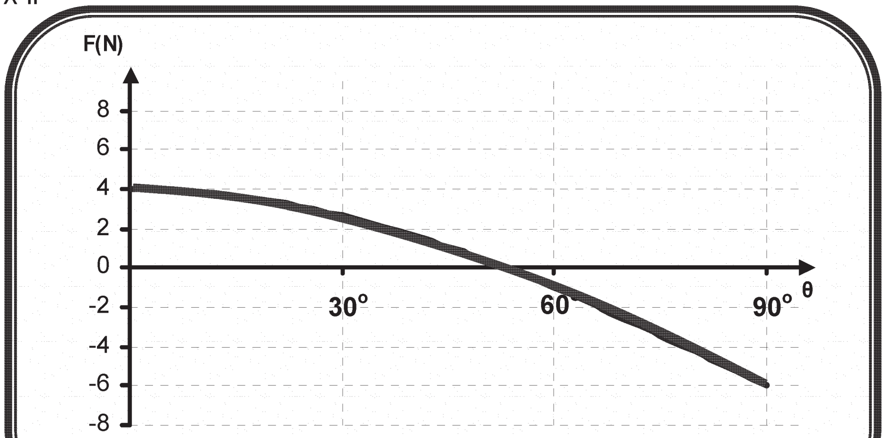
$Στ_{(O)} = I_{(O)}α_{γων}$ ή $mg\frac{\ell}{4}συνθ - F\frac{\ell}{2} = m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 α_{γων}$ ή $8F = 4mgσυνθ - m\ell α_{γων}$ ή $F = \frac{mg}{2}συνθ - \frac{m\ell}{8}α_{γων}$ ή

$F = 10συνθ – 6$ (S.I.) (1)



Σχήμα 4

Η γραφική παράσταση της τιμής της δύναμης $\vec{F}$ σε συνάρτηση με τη γωνία θ ($0 \le θ \le 90^o$) φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



Σχήμα 5

δ) Όταν F = 0 η ράβδος θα έχει περιστραφεί κατά γωνία θ'. Από τη σχέση (1) για τη γωνία θ' ισχύει:

$10συνθ' – 6 = 0$ ή $συνθ' = 0{,}6$ ή $θ' = \frac{3π}{10}$ rad. Τότε προκύπτει: $θ' = \frac{1}{2}α_{γων}t^2$ ή $t = \sqrt{\frac{2θ'}{α_{γων}}}$ ή $t = \sqrt{\frac{3π}{20}}$ s

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας της ράβδου τότε είναι:

$\frac{dK}{dt} = Στ_{(O)}ω$ ή $\frac{dK}{dt} = I_{(O)}α_{γων}α_{γων}t$ ή $\frac{dK}{dt} = I_{(O)}α^2_{γων}t$ ή $\frac{dK}{dt} = m\left(\frac{\ell}{4}\right)^2 α^2_{γων}t$ ή $\frac{dK}{dt} = 72\sqrt{\frac{3π}{20}}\frac{J}{s}$

ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΜΑΙΚΛ ΦΑΡΑΝΤΕΪ (1791-1867)

Ο μεγαλύτερος πειραματικός φυσικός όλων των εποχών και ένας από τους θεμελιωτές των σύγχρονων αντιλήψεων για το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο. Του άρεσε να ερευνά και να διδάσκει. Από τη θέση του ισόβιου καθηγητή Χημείας του Βασιλικού Ινστιτούτου ασχολήθηκε επί δεκαετίες με τη φυσική!

Η μεγαλύτερη ανακάλυψή του ήταν το φαινόμενο της ηλεκτρομαγνητικής επαγωγής. Από το 1821 οπότε άρχισε να ερευνά το πείραμα του Δανού Άιρστεντ μέχρι το 1831 δεινοπάθησε στα εργαστήριά του. Κατάφερε όμως στο τέλος να δει παραγωγή επαγωγικού ρεύματος. Αυτό έγινε κατά τη διάρκεια ενός πειράματος με δυο πηνία περιτυλιγμένα γύρω από ένα σιδερένιο δακτύλιο. Όταν διέκοπτε την παροχή ρεύματος στο ένα εμφανιζόταν ρεύμα στο δεύτερο πηνίο...

Σπουδαίες ήταν αργότερα και οι ανακαλύψεις του στο στατικό ηλεκτρισμό, ενώ σαν χημικός θεωρείται ο πρωτοπόρος της κρυογονικής, αφού πρώτος πέτυχε εργαστηριακή θερμοκρασία -15° C.