ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

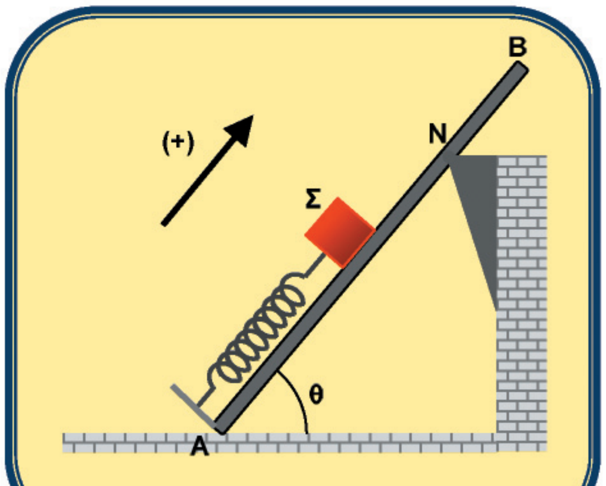
ΦΥΣΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΔΗΜΗΤΡΗΣ ΓΙΑΝΝΟΥΛΗΣ
ΓΕΩΡΓΙΟΣ ΠΑΠΑΠΑΝΟΥ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΑΝΔΡΙΟΠΟΥΛΟΣ

"Το μέγεθος που περιγράφει την ικανότητα μιας δύναμης να περιστρέφει ένα σώμα ονομάζεται ροπή της δύναμης.

ΑΠΛΗ ΑΡΜΟΝΙΚΗ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ

Μια λεπτή ομογενής ράβδος ΑΒ, μήκους $\ell = 2m$ και μάζας $M = 4Kg$ ισορροπεί στηριζόμενη σε λείο, οριζόντιο επίπεδο σχηματίζοντας γωνία θ με αυτό και σε άρθρωση που βρίσκεται σε σημείο της Ν με $(AN) = \frac{3}{4}\ell$. Η ράβδος μπορεί να περιστραφεί χωρίς τριβές γύρω από οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το Ν και είναι κάθετος στη ράβδο. Στο άκρο Α της ράβδου βρίσκεται αβαρές στέλεχος όπου συνδέεται ακλόνητα, ιδανικό ελατήριο σταθεράς $K = 200N/m$. Στο άλλο άκρο του ελατηρίου ισορροπεί σώμα Σ πολύ μικρών διαστάσεων και μάζας $m = 5Kg$. Ο άξονας του ελατηρίου είναι παράλληλος με τη ράβδο και η θέση ισορροπίας (Θ.Ι.) του σώματος Σ απέχει απόσταση $\frac{\ell}{2}$ από το άκρο Α.



Σχήμα 1

α) Να υπολογίσετε το φυσικό μήκος ℓ_o του ελατηρίου.

Συσπειρώνουμε επιπλέον το ελατήριο κατά d και την χρονική στιγμή t = 0s αφήνουμε το σώμα να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

β) Να υπολογίσετε τη μέγιστη χημική ενέργεια που μπορεί να προσφερθεί στο σύστημα ελατηρίου – σώματος Σ ώστε η ράβδος μόλις που να μην ανατρέπεται.

γ) Για την παραπάνω τιμή της χημικής ενέργειας, να γράψετε την χρονική εξίσωση απομάκρυνσης από τη Θ.Ι. της απλής αρμονικής ταλάντωσης και να απεικονίσετε γραφικά το μέτρο της δύναμης που ασκείται στη ράβδο από το οριζόντιο επίπεδο σε συνάρτηση με το χρόνο.

δ) Να υπολογίσετε τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν η κάθετη αντίδραση $\vec{N}_A$ που ασκείται στη ράβδο από το οριζόντιο επίπεδο αποκτήσει μέτρο $N_A = 30N$.

Δίνονται: ημθ =0,8, $g = 10m/s^2$, $\sqrt{10} = \pi$.

Θεωρήστε πως η ταλάντωση πραγματοποιείται χωρίς τριβές και θετική τη φορά που φαίνεται στο σχήμα.

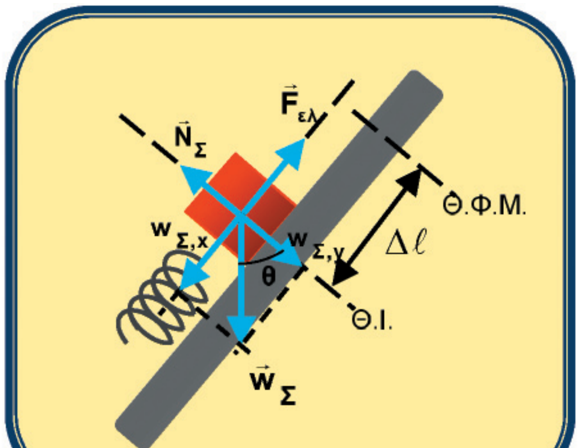
Λύση

α) Όταν το σώμα Σ είναι ακίνητο του ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος $\vec{w}_Σ = m\vec{g}$ που αναλύεται σε δύο συνιστώσες: $w_{Σ,x} = mgημθ$ και $w_{Σ,y} = mgσυνθ$
- Η κάθετη αντίδραση $\vec{N}_Σ$ από τη ράβδο και
- Η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{ελ}$.

Στη Θ.Ι. σύμφωνα με τον 1° νόμο του Newton, ισχύει: $ΣF_x = 0$ ή $F_{ελ} = w_{Σ,x}$ ή $K \cdot Δ\ell = mgημθ$ ή $Δ\ell = \frac{mgημθ}{K}$ ή $Δ\ell = 0,2m$

Αφού η θέση ισορροπίας του σώματος Σ απέχει απόσταση $\frac{\ell}{2}$ από το άκρο Α, η θέση φυσικού μήκους (Θ.Φ.Μ) απέχει από το άκρο Α απόσταση $\ell_o = \frac{\ell}{2} + Δ\ell$ ή $\ell_o = \mathbf{1,2m}$

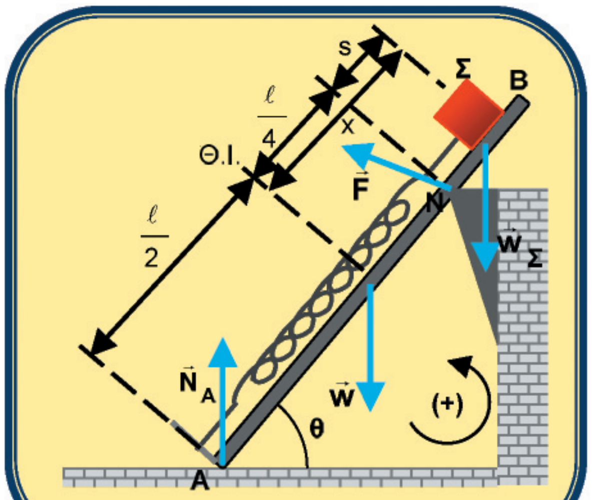


Σχήμα 2

β) Στο σύστημα ράβδου – σώματος Σ ασκούνται οι εξής (εξωτερικές) δυνάμεις:

- Το βάρος $\vec{w} = M\vec{g}$ που αναλύεται σε δύο συνιστώσες: $w_x = Mgημθ$ και $w_y = Mgσυνθ$
- Η δύναμη $\vec{F}$ από την άρθρωση
- Η κάθετη αντίδραση $\vec{N}_A$ από το οριζόντιο επίπεδο και
- Το βάρος $\vec{w}_Σ$ του σώματος Σ

Κατά τη διάρκεια της ταλάντωσης του σώματος Σ και ενώ αυτό βρίσκεται σε μια τυχαία θέση μετατοπισμένο κατά s από το σημείο Ν λόγω της ισορροπίας το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών των δυνάμεων ως προς το σημείο Ν είναι μηδέν. Επομένως ισχύει: $Στ_{(N)} = 0$ ή



Σχήμα 3

$\tau_{N_A(N)} + \tau_{W(N)} + \tau_{F(N)} + \tau_{W_\Sigma(N)} = 0$ ή $w\dfrac{\ell}{4}$ συνθ $- w_\Sigma s$συνθ $- N_A\dfrac{3\ell}{4}$ συνθ $= 0$ ή

$Mg\ell - 4mgs - 3N_A\ell = 0$ ή $N_A = \dfrac{g}{3\ell}(M\ell - 4ms)$ (1)

Για την τιμή της κάθετης αντίδρασης $\vec{N}_A$, ισχύει:

$N_A \geq 0$ ή $M\ell - 4ms \geq 0$ ή $s \leq \dfrac{M}{4m}\ell$

Άρα η μέγιστη (αλγεβρική) τιμή της μετατόπισης s είναι: $s_{max} = \dfrac{M}{4m}\ell$ ή $s_{max} = 0{,}4m$

Αφού το σώμα αφήνεται ($\upsilon = 0m/s$) έχοντας συσπειρώσει επιπλέον το ελατήριο κατά d, το πλάτος A της ταλάντωσης ισούται με την επιπλέον συσπείρωση d του ελατηρίου.
Για να μην ανατρέπεται μόλις η ράβδος, το πλάτος της ταλάντωσης πρέπει να είναι:

$A = d = \dfrac{\ell}{4} + s_{max}$ ή $d = A = 0{,}9m$.

Άρα η χημική ενέργεια που προσφέρθηκε είναι: $E_{χημ} = \dfrac{1}{2}Kd^2$ ή $\mathbf{E_{χημ} = 81J}$

γ) Για την ταλάντωση του σώματος Σ η κυκλική συχνότητα είναι: $\omega = \sqrt{\dfrac{K}{m}} = 2\sqrt{10}\ rad/s = 2\pi$ rad/s και για τη χρονική στιγμή t = 0s ισχύει: $x = -d = -A$ (και $\upsilon = 0m/s$).
Από τη χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης: $x = A\eta\mu(\omega t + \varphi_o)$ για τη χρονική στιγμή t = 0s παίρνουμε:

$-A = A\eta\mu\varphi_o$ ή $\eta\mu\varphi_o = -1$ ή $\varphi_o = \dfrac{3\pi}{2}$ rad.

Άρα η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης από τη θέση ισορροπίας προκύπτει: $x = 0{,}9\eta\mu\left(2\pi t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$ (S.I.)

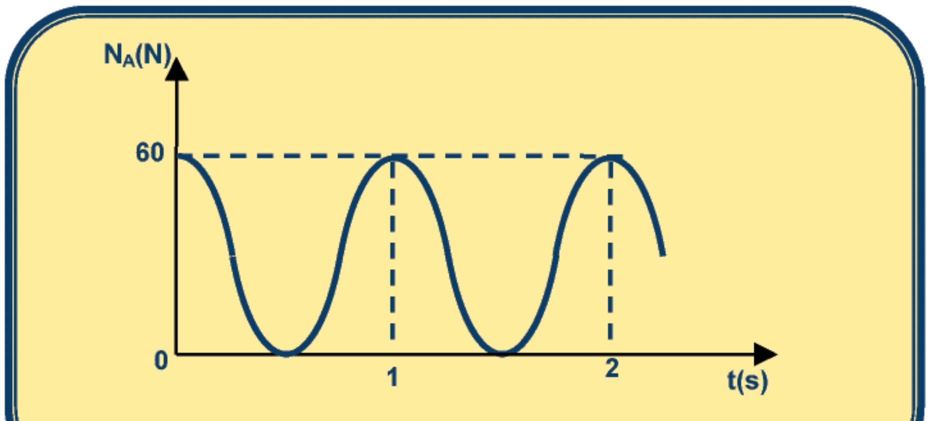
Ισχύει: $x = \dfrac{\ell}{4} + s$ ή $s = x - \dfrac{\ell}{4}$.

Επομένως η σχέση (1) γίνεται: $N_A = \dfrac{g}{3\ell}\left[M\ell - 4m\left(x - \dfrac{\ell}{4}\right)\right]$ ή $N_A = \dfrac{g}{3\ell}\left[(M+m)\ell - 4mx\right]$ ή

$N_A = 30 - \dfrac{100}{3}x$ (2) ή $N_A = 30 - \dfrac{100}{3}0{,}9\eta\mu\left(2\pi t + \dfrac{3\pi}{2}\right)$ ή $\mathbf{N_A = 30 - 30\eta\mu\left(2\pi t + \dfrac{3\pi}{2}\right)}$ (S.I.)

Η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ ή $T = \dfrac{2\pi}{2\pi}$ s ή T = 1s.

Η γραφική παράσταση του μέτρου της δύναμης $\vec{N}_A$ σε συνάρτηση με το χρόνο φαίνεται στο σχήμα 4.



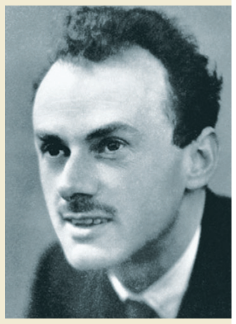
Σχήμα 4

δ) Όταν $N_A = 30N$ από τη σχέση (2) ισχύει: $30 = 30 - \dfrac{100}{3}x$ ή x = 0m.
Επομένως το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του και το ελατήριο είναι συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell = 0{,}2m$.

Η αποθηκευμένη ενέργεια στο ελατήριο προκύπτει: $U_{ελ} = \dfrac{1}{2}K(\Delta\ell)^2$ ή $\mathbf{U_{ελ} = 4J}$

ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΠΟΛ ΑΝΤΡΙΕΝ ΜΟΡΙΣ ΝΤΙΡΑΚ (1902-1984)



Διάσημος Βρετανός (ελβετικής καταγωγής) μαθηματικός και θεωρητικός φυσικός, από τους βασικούς θεμελιωτές της κβαντομηχανικής και της κβαντικής ηλεκτροδυναμικής. Σπούδασε ηλεκτρολόγος μηχανικός στο Πανεπιστήμιο του Μπρίστολ και θεωρητική φυσική στο Πανεπιστήμιο του Κέιμπριτζ. Αφού δίδαξε μερικά χρόνια στις ΗΠΑ, επέστρεψε το 1932 στην Αγγλία και διορίστηκε καθηγητής Μαθηματικών στα Πανεπιστήμια του Κέιμπριτζ και του Δουβλίνου. Το 1971 έγινε καθηγητής της Φυσικής στη Φλόριντα και υπήρξε επίσης μέλος (από το 1930) της Βασιλικής Εταιρείας του Λονδίνου. Η κυριότερη συμβολή του συνίσταται στη χρησιμοποίηση στη φυσική μαθηματικών μεθόδων που προώθησαν τη μελέτη του ατόμου. Οι ιδέες του για την κβαντομηχανική στηρίχτηκαν στις μελέτες του Χάιζενμπεργκ για την στροφική κίνηση και περιέχονται στις εργασίες του : «Οι αρχές της κβαντομηχανικής» (1930, 1958), «Η κβαντική θεωρία του ηλεκτρονίου» (1928), κ.α. Για την τεράστια συμβολή του στη θεωρία του ηλεκτρονίου, τιμήθηκε, το 1933 μαζί με τον Σρέντινγκερ, με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής, ενώ απέσπασε και πλήθος κρατικών βραβείων από τη Σοβιετική Ένωση. Σημαντικές εργασίες του είναι: η «Θεωρία του ποζιτρονίου» (1930), «Η δεύτερη κβάντωση», κ.α. Η συμβολή του στην επιστήμη ολοκληρώθηκε με την εργασία του «Οι κοσμολογικές σταθερές» που δημοσιεύτηκε το 1937 και αποτέλεσε την αφετηρία της «Θεωρίας των Μπρανς και Ντίκε» (1961) που είναι παραλλαγή της Γενικής Θεωρίας της Σχετικότητας του Αϊνστάιν.