

## ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

## ΦΥΣΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:  
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ  
ΓΙΑΝΝΗΣ ΑΝΔΡΙΟΠΟΥΛΟΣ  
ΜΑΝΩΛΗΣ ΡΕΜΠΕΛΑΚΗΣ  
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΑΝΤΑΛΟΓΛΟΥ

## ΣΤΑΣΙΜΑ ΚΥΜΑΤΑ

Κατά μήκος ενός ομογενούς γραμμικού ελαστικού μέσου που ταυτίζεται με τον οριζόντιο άξονα  $x'Ox$

διαδίδονται ταυτόχρονα δύο κύματα. Το πρώτο περιγράφεται από την εξίσωση:  $y = 4\eta\mu 2\pi(2t - \frac{x}{\lambda})$  (S.I.)

ενώ το δεύτερο έχει τα ίδια χαρακτηριστικά με το πρώτο αλλά η ταχύτητα διάδοσης του είναι αντίθετη. Λόγω της συμβολής των δύο κυμάτων δημιουργείται στάσιμο κύμα. Θεωρούμε ως αρχή  $O$  ( $x=0m$ ) του άξονα  $x'Ox$  ένα σημείο όπου σχηματίζεται κοιλία και ως  $t=0s$  τη χρονική στιγμή, μετά το σχηματισμό του στάσιμου κύματος που όλα τα σημεία του βρίσκονται στη θέση ισορροπίας τους και το  $O$  έχει θετική ταχύτητα.

Έτσι στη θέση  $B$  με  $x_B = 5,25m$  βρίσκεται ο τέταρτος δεσμός του θετικού ημιάξονα.

- Να βρείτε το μήκος κύματος των τρεχόντων κυμάτων που δημιούργησαν το στάσιμο κύμα και την ταχύτητα διάδοσή τους στο γραμμικό μέσο.
- Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος.
- Να υπολογίσετε την απομάκρυνση ενός σημείου  $A$  του στάσιμου κύματος με  $x_A = 0,375m$  τη χρονική στιγμή  $t = 0,625s$ .
- Να προσδιορίσετε τις θέσεις των πλησιέστερων σημείων ως προς τη δεύτερη κοιλία του θετικού ημιάξονα των οποίων το πλάτος ταλάντωσης είναι ίσο με  $4\sqrt{3}m$ .
- Να βρείτε τις θέσεις των δεσμών του θετικού ημιάξονα έως το σημείο  $B$  και να σχεδιάσετε τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος στο θετικό ημιάξονα τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,375s$  και  $t_2 = t_1 + T/4$  όπου  $T$  η περίοδος των κυμάτων που συμβάλλοντας δημιουργούν το στάσιμο κύμα.
- Πόσο πρέπει να μεταβληθεί η συχνότητα των τρεχόντων κυμάτων ώστε να δημιουργηθεί ένας δεσμός λιγότερος μεταξύ των  $O$  και  $B$  χωρίς να μεταβληθεί η ενεργειακή τους κατάσταση;
- Να παραστήσετε γραφικά σε βαθμολογημένους άξονες τη μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του στάσιμου κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη  $x$  για τα σημεία του θετικού ημιάξονα.

## ΛΥΣΗ

α) Από τη εξίσωση του πρώτου κύματος  $y = 4\eta\mu 2\pi(2t - \frac{x}{\lambda})$  έχουμε:  $A = 4m$ ,  $f = 2Hz$  και

$$T = \frac{1}{f} \text{ ή } T = 0,5s. \text{ Εφόσον στη θέση } B \text{ βρίσκεται ο τέταρτος δεσμός του στάσιμου κύματος πάνω}$$

$$\text{στο θετικό ημιάξονα, ισχύει: } x_B = \frac{\lambda}{4} + 3\frac{\lambda}{2} \text{ ή } x_B = \frac{7\lambda}{4} \text{ ή } \lambda = \frac{4x_B}{7} \text{ ή } \lambda = 3m.$$

$$\text{Από το νόμο της κυματικής παίρνουμε: } u = \lambda \cdot f \text{ ή } u = 6m/s$$

β) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι:  $y = 2A\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{\lambda} \eta\mu 2\pi \frac{t}{T}$  ή  $y = 8\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{x}{3} \eta\mu 4\pi t$  (S.I.)

γ) Για την απομάκρυνση του σημείου  $A$  τη χρονική στιγμή  $t = 0,625s$  έχουμε:

$$y_A = 8\sigma\upsilon\nu 2\pi \frac{0,375}{3} \eta\mu(4\pi \cdot 0,625) \text{ ή } y_A = 8\sigma\upsilon\nu \frac{\pi}{4} \eta\mu(2,5\pi) \text{ ή } y_A = 4\sqrt{2}m$$

δ) Η δεύτερη κοιλία του στάσιμου κύματος βρίσκεται στη θέση:  $x = \frac{\lambda}{2}$  ή  $x = 1,5m$ .

$$\text{Για τα ζητούμενα σημεία ισχύει: } |A'| = 4\sqrt{3} \text{ ή } 8 \left| \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{3} \right| = 4\sqrt{3} \text{ ή } \left| \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{3} \right| = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Επομένως, } \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu \frac{2\pi x}{3} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ ή } \frac{2\pi x}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6},$$

$$\frac{2\pi x}{3} = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \text{ με } k \in \mathbb{Z}. \text{ Οι θέσεις των σημείων του στάσιμου κύματος που βρίσκονται}$$

πλησιέστερα στη δεύτερη κοιλία πρέπει να πληρούν την ανισότητα:  $\frac{\lambda}{4} < x < 3\frac{\lambda}{4}$  ή  $0,75m < x < 2,25m$

Για  $k = 0$  παίρνουμε:

$$\bullet \frac{2\pi x}{3} = \pm \frac{\pi}{6} \text{ ή } x = \pm 0,25m$$

Όμως για τα σημεία του θετικού ημιάξονα ισχύει  $x > 0$  και συνεπώς  $x = 0,25m$

$$\bullet \frac{2\pi x}{3} = \pm \frac{5\pi}{6} \text{ ή } x = \pm 1,25m$$

Όμως για τα σημεία του θετικού ημιάξονα ισχύει  $x > 0$  και συνεπώς  $x = 1,25m$

Για  $k = 1$  παίρνουμε:

$$\bullet \frac{2\pi x}{3} = \frac{7\pi}{6} \text{ ή } x = 2,25m \text{ και } \frac{2\pi x}{3} = \frac{13\pi}{6} \text{ ή } x = 2,75m$$



Στάσιμο κύμα ονομάζεται το αποτέλεσμα της συμβολής δύο κυμάτων ίδιου πλάτους και ίδιας συχνότητας που διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις σε ένα ελαστικό μέσο.

www.poukamisas.gr

μαθήματα  
επιτυχίας



φροντιστήρια  
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

• ΑΙΓΑΛΕΟ • ΑΜΦΙΑΛΗ • ΓΑΛΑΤΣΙ  
• ΓΛΥΦΑΔΑ • ΔΡΑΠΕΤΣΙΩΝΑ  
• ΚΑΛΛΙΘΕΑ • ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ • ΛΑΡΙΣΑ  
• ΜΟΣΧΑΤΟ • ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ  
• ΝΙΚΑΙΑ • ΠΕΙΡΑΙΑΣ • ΠΕΡΑΜΑ

**ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ**

**ΒΕΡΝΕΡ ΧΑΪΖΕΝΜΠΕΡΓΚ (1901-1976)**



Γερμανός φυσικός που μαζί με τον Μαξ Μπορν συνέβαλε τα μέγιστα στην τεκμηρίωση των παρατηρήσεων του Έρβιν Σρέντιγκερ και στη θεμελίωση της Κβαντικής Φυσικής. Το 1927 ο Χαΐζενμπεργκ σε συνεργασία με τον μεγάλο Νιλς Μπορ διατύπωσε την «αρχή της απροσδιοριστίας», που έθεσε στη θέση της μέχρι τότε αποδεκτής από την Κλασική Φυσική αιτιότητας την τυχαιότητα των γεγονότων δίνοντας άλλη εξήγηση στη σταθερότητα της ύλης («κύμα και σωματίδιο είναι διαφορετικές θεωρήσεις του ίδιου πράγματος»-αυτή ήταν η θεώρηση της Κβαντικής Μηχανικής). Αυτή η μελέτη του απέφερε το Νόμπελ Φυσικής του 1932, γεγονός που δεν εμπόδισε αργότερα τους Ναζί να του στερήσουν επίσημες πανεπιστημιακές έδρες λόγω της στενής σχέσης του με τους «Εβραίους» Άινστάιν και Λίτσε Μάιτνερ. Πάντως δεν διώχθηκε από τους χιτλερικούς όπως άλλοι συνάδελφοί του... Πρωτοστάτησε στη μελέτη των περιφερόμενων ηλεκτρονίων και διατύπωσε εξηγήσεις για τη συγκρότηση του ατομικού πυρήνα από πρωτόνια και νετρόνια, ενώ δημιούργησε μεγάλη οικογένεια με επτά παιδιά!

•  $\frac{2\pi x}{3} = \frac{11\pi}{6}$  ή  $x = 1,75\text{m}$  και  $\frac{2\pi x}{3} = \frac{17\pi}{6}$  ή  $x = 4,25\text{m}$

Επομένως τα πλησιέστερα σημεία στη δεύτερη κοιλία του θετικού ημιάξονα είναι τα:  $x=1,25\text{m}$  και  $x=1,75\text{m}$ .

ε) Οι θέσεις των δεσμών βρίσκονται από την σχέση:  $x_0 = (2N + 1) \frac{\lambda}{4}$ . Έτσι από το σημείο Ο μέχρι το Β θα

βρίσκονται όσοι δεσμοί ικανοποιούν την ανισοτική σχέση:  $0 \leq (2N + 1) \frac{\lambda}{4} \leq x_B$  ή  $0 \leq 2N + 1 \leq \frac{4x_B}{\lambda}$  ή

$-1 \leq 2N \leq \frac{4x_B}{\lambda} - 1$  ή  $-\frac{1}{2} \leq N \leq \frac{4x_B}{2\lambda} - \frac{1}{2}$  ή  $-0,5 \leq N \leq 3$  ή  $N = 0, 1, 2, 3$ . Επομένως από το Ο έως το Β υπάρχουν

4 δεσμοί συμπεριλαμβανομένου του δεσμού στο σημείο Β. Οι θέσεις των δεσμών είναι:

- $N = 0 \rightarrow x = \frac{\lambda}{4}$  ή  $x = 0,75\text{m}$
- $N = 1 \rightarrow x = 3 \frac{\lambda}{4}$  ή  $x = 2,25\text{m}$
- $N = 2 \rightarrow x = 5 \frac{\lambda}{4}$  ή  $x = 3,75\text{m}$
- $N = 3 \rightarrow x = 7 \frac{\lambda}{4}$  ή  $x = 5,25\text{m}$  (σημείο Β)

Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος  $y = 8\text{ συν } 2\pi \frac{x}{3}$  ημ4πt για τη χρονική στιγμή  $t = 0,375\text{s}$  παίρνουμε:

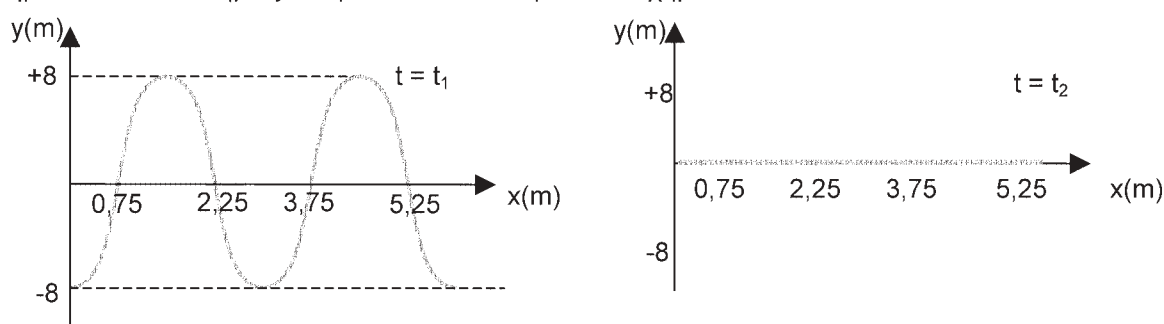
$y_{στ} = 8\text{ συν } 2\pi \frac{x}{3}$  ημ(4π·0,375) ή  $y_{στ} = 8\text{ συν } 2\pi \frac{x}{3}$  ημ(1,5π) ή  $y_{στ} = -8\text{ συν } 2\pi \frac{x}{3}$  (S.I.).

ενώ για τη χρονική στιγμή  $t_2 = t_1 + T/4 = 0,5\text{s}$

$y_{στ} = 8\text{ συν } 2\pi \frac{x}{3}$  ημ(4π·0,5) ή  $y_{στ} = 0$ , δηλαδή τα σημεία του στάσιμου κύματος διέρχονται από τη

θέση ισορροπίας τους.

Τα στιγμιότυπα του στάσιμου κύματος τη χρονική στιγμή  $t_1 = 0,375\text{s}$  και  $t_2 = 0,5\text{s}$  για τα σημεία του θετικού ημιάξονα φαίνονται στα παρακάτω σχήματα.



στ) Για να δημιουργηθούν τρεις δεσμοί μεταξύ των Ο και Β χωρίς να μεταβληθεί η ενεργειακή τους κατάσταση (δηλαδή το Ο να παραμείνει κοιλία και το Β δεσμός) πρέπει το μήκος κύματος λ' να είναι

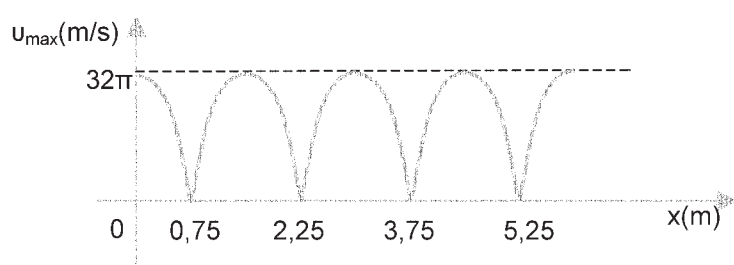
τέτοιο ώστε  $x_B = \frac{\lambda'}{4} + 2 \frac{\lambda'}{2}$  ή  $x_B = \frac{5\lambda'}{4}$  ή η συχνότητα f να είναι τέτοια ώστε:  $x_B = \frac{5u}{4f}$  ή  $f = \frac{5u}{4x_B}$  ή

$f = \frac{30}{21}$  Hz. Επομένως η μεταβολή της συχνότητας είναι:  $\Delta f = f - f$  ή  $\Delta f = -\frac{12}{21}$  Hz.

ζ) Η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης των σημείων του ελαστικού μέσου υπολογίζεται από τη σχέση:

$u_{\max} = \omega \cdot |A|$  ή  $u_{\max} = 2A\omega \cdot \left| \text{συν } \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$  ή  $u_{\max} = 4\pi f A \cdot \left| \text{συν } \frac{2\pi x}{\lambda} \right|$  ή  $u_{\max} = 32\pi \left| \text{συν } \frac{2\pi x}{3} \right|$  (S.I.)

Η γραφική παράσταση της μέγιστης ταχύτητας ταλάντωσης των σημείων του θετικού ημιάξονα του στάσιμου κύματος σε συνάρτηση με τη συντεταγμένη x φαίνεται στο παρακάτω σχήμα.



www.poukamisas.gr

**μαθήματα  
επιτυχίας**



**φροντιστήρια  
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ**

**ΚΕΝΤΡΙΚΑ ΓΡΑΦΕΙΑ FRANCHISE  
ΠΕΙΡΑΙΑΣ**  
Σωτήρος & Αθήκισίδου 132  
Τηλ.: 210 4112507  
e-mail: info@poukamisas.gr