ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

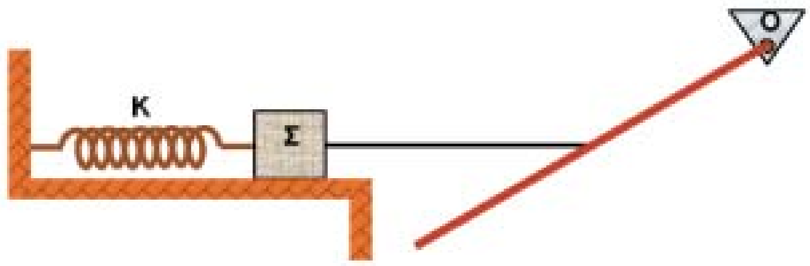
ΦΥΣΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΤΑΚΗΣ ΚΟΡΙΤΣΟΓΛΟΥ
ΘΟΔΩΡΗΣ ΠΕΝΕΣΗΣ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΤΖΑΓΚΑΡΑΚΗΣ
ΑΛΕΞΑΝΔΡΟΣ ΑΝΤΑΛΟΓΛΟΥ

Η κιντική ενέργεια ενός σώματος που στρέφεται ισούται με το άθροισμα των κιντικών ενεργειών των στοιχειωδών μαζών από τις οποίες αποτελείται.

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΕΝΕΡΓΕΙΑΣ & ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ

Η διάταξη του σχήματος αποτελείται από ένα οριζόντιο ελατήριο σταθεράς K, ένα σώμα Σ μάζας $m_1 = 6Kg$ που μπορεί να κινείται πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο και είναι προσδεδεμένο στο ένα άκρο του ελατηρίου το άλλο άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε κατακόρυφο τοίχο, αβαρές νήμα και λεπτή ομογενή ράβδο μάζας $m_2 = 3Kg$ και μήκους ℓ που μπορεί να στρέφεται σε κατακόρυφο επίπεδο γύρω από σταθερό οριζόντιο άξονα που διέρχεται από το άκρο της Ο. Το οριζόντιο νήμα είναι προσδεδεμένο στο μέσο της ράβδου και στο σώμα Σ ενώ η ράβδος σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^o$ με την κατακόρυφο. Τα σώματα του σχήματος αρχικά ισορροπούν.



Σχήμα 1

α) Να υπολογίσετε τη δύναμη $\vec{F}$ που ασκείται στη ράβδο από τον άξονα περιστροφής

Κόβουμε το νήμα οπότε το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους $A = 5\sqrt{3}$ cm και η ράβδος να περιστρέφεται.

β) Να βρείτε τη συχνότητα της ταλάντωσης του σώματος Σ

Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ο ρυθμός μεταβολής της στροφορμής της ράβδου είναι $\frac{dL}{dt} = 4{,}5\sqrt{3}\ Kg{\cdot}m^2/s^2$.

Όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη, ένα βλήμα μάζας m = 18g που κινείται με ταχύτητα μέτρου υ = 200m/s, οριζόντια και αντίθετα με τη φορά κίνησης της ράβδου σφηνώνεται σε αυτή σε τέτοιο σημείο ώστε η θερμότητα που εκλύεται κατά την κρούση να είναι η μέγιστη δυνατή. Να βρείτε:

γ) τη γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος

δ) την απόσταση του σημείου της ράβδου που σφηνώνεται το βλήμα από το άκρο Ο

Δίνεται: η ροπή αδράνειας λεπτής ομογενούς ράβδου ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο της που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12} m_2 \ell^2$ και η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10m/s^2$. Θεωρήστε αμελητέα τη διάρκεια της κρούσης.

<u>ΛΥΣΗ</u>

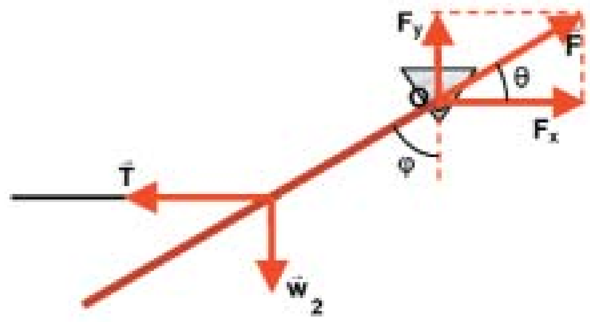
α) Στη ράβδο ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- η τάση του νήματος $\vec{T}$ και
- το βάρος $\vec{w}_2$
- η δύναμη $\vec{F}$ του άξονα που αναλύεται σε δύο συνιστώσες (F_x και F_y).

Από τις συνθήκες ισορροπίας για τη ράβδο παίρνουμε: $\Sigma F_x = 0$ ή $F_x = T$ (1)

$\Sigma F_y = 0$ ή $F_y = w_2$ ή $F_y = m_2 g$ ή $F_y = 30N$ και

$\Sigma\tau_{(O)} = 0$ ή $\tau_{F(O)} + \tau_{w_2(O)} + \tau_{T(O)} = 0$ ή $m_2 g \frac{\ell}{2}$ημφ $-$ $T\frac{\ell}{2}$συνφ $= 0$ ή $T = m_2 g{\cdot}$εφφ ή $T = 30\sqrt{3}$ N



Σχήμα 2

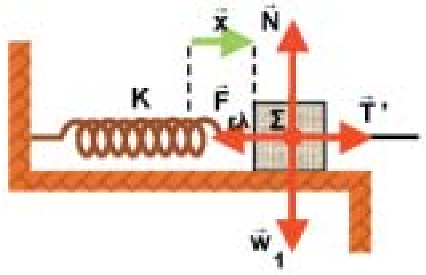
Από τη σχέση (1) παίρνουμε: $F_x = 30\sqrt{3}$ N

Τελικά για το μέτρο της δύναμης $\vec{F}$ ισχύει: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ ή F = 60N και

για την κατεύθυνσης της εφθ $= \frac{F_y}{F_x}$ ή εφθ $= \frac{\sqrt{3}}{3}$ ή $\theta = 30^o$

β) Το σώμα Σ αρχικά είναι ακίνητο και του ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- η τάση του νήματος $\vec{T}'$ και
- η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{ελ}$
- η κάθετη αντίδραση $\vec{N}$
- το βάρος $\vec{w}_1$



Σχήμα 3

Από τον 1° νόμο του Newton για το σώμα Σ παίρνουμε: $\Sigma F_x = 0$ ή

$T' = F_{ελ}$ ή $T' = k{\cdot}x$ (2), όπου x η επιμήκυνση του ελατηρίου.

Αφού το νήμα είναι αβαρές ισχύει: T' = T

Το σώμα Σ μετά το κόψιμο του νήματος αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση πλάτους A = x.

Από τη σχέση (2) παίρνουμε: $T' = K\cdot A$ ή $K = \frac{T'}{A}$ ή $K = \frac{T}{A}$ ή $K = 600N/m$.

Η συχνότητα της ταλάντωσης είναι: $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{K}{m_1}}$ ή $f = \frac{5}{\pi}Hz$.

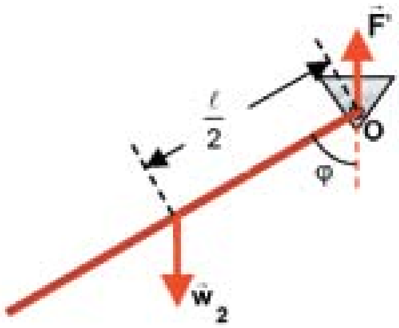
γ) Μετά το κόψιμο του νήματος στη ράβδο ασκούνται οι: δύναμη $\vec{F}'$ και το βάρος $\vec{w}_2$ όπως φαίνονται στο σχήμα 4.

Ισχύει: $\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{(O)}$ ή $\frac{dL}{dt} = \tau_{w_2(O)}$ (αφού $\tau_{F'(O)} = 0$) ή

$\frac{dL}{dt} = m_2 g\frac{\ell}{2}ημφ$ ή $\ell = \frac{2\frac{dL}{dt}}{m_2 g\cdot ημφ}$ ή $\ell = 0{,}6m$.

Από το θεώρημα των παράλληλων αξόνων, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς τον άξονα που διέρχεται από το άκρο της O και είναι κάθετος σε αυτήν είναι: $I_{(O)} = I_{cm} + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$ ή

$I_{(O)} = \frac{1}{12}m_2\ell^2 + m_2\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$ ή $I_{(O)} = \frac{1}{3}m_2\ell^2$

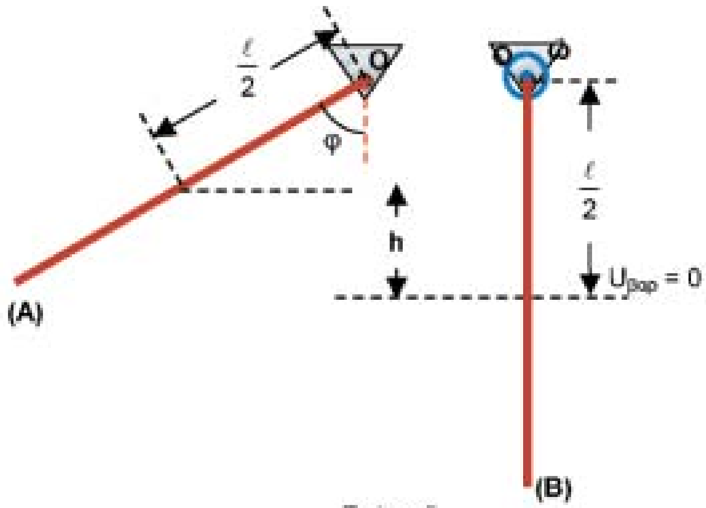


Σχήμα 4

Από το νόμο της στροφικής κίνησης παίρνουμε: $\Sigma\tau_{(O)} = I_{(O)}\alpha_{γων}$ ή $m_2 g\frac{\ell}{2}ημφ = \frac{1}{3}m_2\ell^2\alpha_{γων}$ ή $\alpha_{γων} = \frac{3g}{2\ell}ημφ$ ή

$\alpha_{γων} = 12{,}5\sqrt{3}\ rad/s^2$.

δ) Όταν η ράβδος γίνει κατακόρυφη έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω.
Η μηχανική ενέργεια του συστήματος διατηρείται. Επιλέγοντας ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής βαρυτικής ενέργειας το επίπεδο που διέρχεται από το μέσο της ράβδου όταν βρίσκεται στην κατακόρυφη θέση (Β) και εφαρμόζοντας της αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας για την κίνηση της ράβδου από τη θέση (Α) στη θέση (Β) παίρνουμε:



Σχήμα 5

$K_A + U_A = K_B + U_B$ ή $m_2 gh = \frac{1}{2}I_{(O)}\omega^2$ ή

$m_2 g\frac{\ell}{2}(1 - συνφ) = \frac{1}{2}\frac{1}{3}m_2\ell^2\omega^2$ ή

$\omega = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1 - συνφ)}$ ή $\omega = 5rad/s$

Για την κρούση (σχήμα 6) της ράβδου με το βλήμα εφαρμόζουμε την αρχή διατήρησης της στροφορμής για το σύστημα ράβδου-βλήματος και παίρνουμε:

$\vec{L}_{ολ,αρχ} = \vec{L}_{ολ,τελ}$ ή $I_{(O)}\omega - m\cdot υ\cdot s = I'_{(O)}\omega'$ (3),

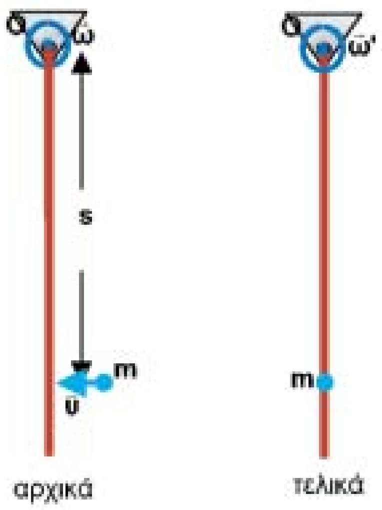
όπου $I'_{(O)}$ η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδου – βλήματος, ω' η γωνιακή ταχύτητα του συσσωματώματος αμέσως μετά την κρούση.
Η θερμότητα που απελευθερώνεται κατά την κρούση είναι:

$Q = K_{ολ,αρχ} - K_{ολ,τελ}$ ή $Q = \frac{1}{2}mυ^2 + \frac{1}{2}I_{(O)}\omega^2 - \frac{1}{2}I'_{(O)}(\omega')^2$.

Η θερμότητα παίρνει τη μέγιστη δυνατή της τιμή όταν $\frac{1}{2}I'_{(O)}(\omega')^2 = 0$ ή

$\omega' = 0rad/s$.
Επομένως για τη σχέση (3) ισχύει: $I_{(O)}\omega - m\cdot υ\cdot s = 0$ ή

$\frac{1}{3}m_2\ell^2\omega = m\cdot υ\cdot s$ ή $s = \frac{m_2\ell^2\omega}{3m\cdot υ}$ ή $s = 0{,}5m$.



Σχήμα 6

ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΓΙΑΚΟΜΠ ΣΤΑΙΝΕΡ (1796-1863)

Ελβετός μαθηματικός, γνωστός για την ώθηση που έδωσε στην προβολική γεωμετρία. Πανεπιστημιακές σπουδές στα μαθηματικά βρέθηκε να παρακολουθεί από 12 ετών! Σπούδασε στα διάσημα πανεπιστήμια του Βερολίνου και της Χαϊδελβέργης. Αντιπαθούσε την αλγεβρική και τη λογισμική ανάλυση, ενώ απεναντίας τον κέντριζε η καθαρή γεωμετρία. Το έργο που τον κατέστησε διάσημο ήταν η «Συστηματική ανάλυση της αλληλοεξάρτησης των γεωμετρικών σχηματισμών». Αν και δεν ολοκληρώθηκε ποτέ, το σύγγραμμα αυτό κατέστησε τον Στάινερ κορυφαίο γεωμέτρη και πρωτοπόρο στο πέρασμα από την προοπτικότητα στην προβολικότητα. Το περιώνυμο έργο του «Οι γεωμετρικές κατασκευές που εκτελούνται διαμέσου ευθειών και ενός σταθερού κύκλου» αποτελεί «ευαγγέλιο» της επιστήμης και εγχειρίδιο αρχιτεκτόνων. «Ο κύκλος του Στάινερ» και «το εξάγραμμο του Στάινερ» αποτελούν σημαντική κληρονομιά για τα μαθηματικά αλλά και για την φυσική επιστήμη που βρήκε στις μεθόδους του Στάινερ τα εργαλεία για να υπολογίζει την κινητική ενέργεια των σωματιδίων.