ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

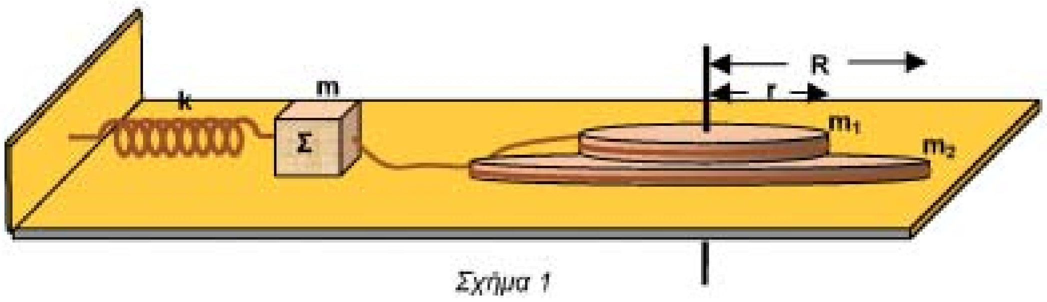
ΦΥΣΙΚΗ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΠΙΣΧΙΝΑΣ
ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΓΡΕΤΟΣ
ΜΑΡΙΝΑ ΧΑΤΖΗΜΙΧΑΗΛ

"Η στροφορμή αποτελεί βασικό φυσικό μέγεθος για την ερμηνεία και κατανόηση του φυσικού κόσμου ακόμα και σε ατομική κλίμακα.

ΔΙΑΤΗΡΗΣΗ ΣΤΡΟΦΟΡΜΗΣ - ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Η διπλή τροχαλία του σχήματος αποτελείται από δύο ομόκεντρους οριζόντιους ομογενείς δίσκους με ακτίνες r και R = 0,2m (R>r) και μάζες m_1 = 2Kg και m_2 = 2,5Kg, αντίστοιχα. Οι δύο δίσκοι μπορούν να περιστραφούν ως ένα σώμα, χωρίς τριβές, γύρω από σταθερό κατακόρυφο άξονα που διέρχεται από το κέντρο τους. Η ροπή αδράνειας της τροχαλίας ως προς τον προηγούμενο άξονα είναι $I = 0{,}06 Kg\cdot m^2$. Γύρω από τους δίσκους έχουν τυλιχθεί ανθεκτικά, μη ελαστικά αβαρή νήματα. Ο μικρότερος δίσκος μέσω του αρχικά χαλαρού νήματος συνδέεται με σώμα Σ μάζας m = 2Kg που βρίσκεται σε λείο οριζόντιο επίπεδο και εξαρτάται από οριζόντιο ελατήριο σταθερά k = 200N/m, όπως φαίνεται στο σχήμα. Το ελατήριο αρχικά έχει το φυσικό του μήκος. Ακαριαία δίνουμε γωνιακή ταχύτητα μέτρου $\omega_o = \frac{80}{3}$ rad/s στην τροχαλία που αρχίζει να περιστρέφεται έτσι ώστε το χαλαρό νήμα να τεντώνεται.



Σχήμα 1

Να υπολογίσετε
α) την ακτίνα r του μικρότερου δίσκου της τροχαλίας
β) τη γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας αμέσως μετά το τέντωμα του νήματος.

Αμέσως μετά το τέντωμα του νήματος ασκούμε στο άκρο του τεντωμένου νήματος που είναι τυλιγμένο γύρω από το μεγαλύτερο δίσκο οριζόντια μεταβλητή δύναμη $\vec{F}$ με διεύθυνση κάθετη στον άξονα του ελατηρίου έτσι ώστε η τροχαλία να συνεχίσει να στρέφεται με τη γωνιακή ταχύτητα που απέκτησε μετά το τέντωμα του νήματος.

Όταν η τροχαλία έχει περιστραφεί κατά $\Delta\varphi = 2\sqrt{3}$ rad κόβουμε το νήμα μεταξύ σώματος Σ και τροχαλίας και σταματάμε να ασκούμε τη δύναμη $\vec{F}$. Να βρείτε

γ) το μέτρο i. της δύναμης $\vec{F}$ και ii. της οριζόντιας δύναμης $\vec{A}$ που ασκείται στην τροχαλία από τον άξονα ελάχιστα πριν κόψουμε το νήμα
δ) το πλάτος της ταλάντωσης που θα εκτελέσει το σώμα Σ
ε) το πλήθος των περιστροφών της τροχαλίας τη στιγμή που το σώμα Σ έχει ολοκληρώσει μία ταλάντωση.

Θεωρήστε πως τα νήματα δεν ολισθαίνουν πάνω στους δίσκους και πως το πλάτος ταλάντωσης του σώματος Σ είναι τέτοιο ώστε να μην προσκρούει πάνω στην τροχαλία.

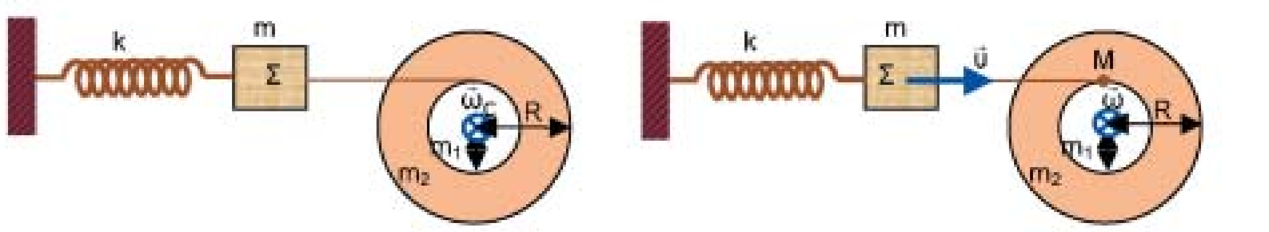
Δίνεται: η ροπή αδράνειας ομογενούς δίσκου ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο του που διέρχεται από το κέντρο του $I_{cm} = \frac{1}{2}MR^2$.

ΛΥΣΗ

α) Η ροπή αδράνειας της διπλής τροχαλίας ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδό της που διέρχεται από το κέντρο της είναι: $I = \frac{1}{2}m_1r^2 + \frac{1}{2}m_2R^2$ ή $2\cdot I = m_1r^2 + m_2R^2$ ή $r = \sqrt{\frac{2\cdot I - m_2R^2}{m_1}}$ ή r = 0,1m.

β) Επειδή ο χρόνος που διαρκεί το τέντωμα του νήματος είναι πολύ μικρός μπορούμε να ισχυριστούμε πως η στροφορμή του συστήματος της τροχαλίας με το σώμα Σ παραμένει σταθερή, δηλαδή ισχύει:

$\vec{L}_{συσ,αρχ} = \vec{L}_{συσ,τελ}$ ή $I\cdot\omega_o = m\cdot\upsilon\cdot r + I\cdot\omega$ (1)



Σχήμα 2

Όμως το σημείο Μ του μικρού δίσκου έχει την ίδια γραμμική ταχύτητα με το σώμα Σ αφού το νήμα είναι συνεχώς τεντωμένο. Επομένως: $\upsilon = \omega\cdot r$ ή $\omega = \frac{\upsilon}{r}$ (2)

Η σχέση (1) με τη βοήθεια της σχέσης (2) γίνεται: ή $I \cdot \omega_o = m \cdot \upsilon \cdot r + I\frac{\upsilon}{r}$ ή $I \cdot \omega_o \cdot r = m \cdot \upsilon \cdot r^2 + I\upsilon$ ή $\upsilon = \frac{I \cdot \omega_o \cdot r}{m \cdot r^2 + I}$ ή

$\upsilon = 2m/s$

Συνεπώς, το μέτρο της γωνιακής ταχύτητας $\vec{\omega}$ με την οποία περιστρέφεται η τροχαλία μετά το τέντωμα του νήματος είναι:

$\omega = \frac{\upsilon}{r}$ ή $\omega = 20rad/s$

γ) Η τροχαλία στρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα.

Οι οριζόντιες δυνάμεις που ασκούνται σε αυτή είναι:

- οι τάσεις των νημάτων $\vec{T}_1$, $\vec{T}_2$
- η δύναμη $\vec{A}$ από τον άξονα

Για την κίνηση της τροχαλίας ισχύει:

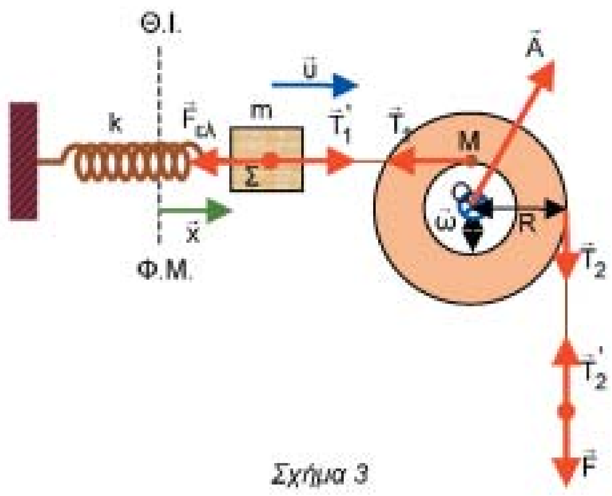
$\Sigma\tau_{(o)} = 0$ ή $T_2 R = T_1 r$ (3)

Στο σώμα Σ ασκούνται οι εξής οριζόντιες δυνάμεις:

- η τάση του νήματος $\vec{T}'_1$ και
- η δύναμη του ελατηρίου $\vec{F}_{\varepsilon\lambda}$

Το σώμα Σ κινείται με σταθερή ταχύτητα μέτρου $\upsilon = 2m/s$.

Από τον 1ο νόμο του Newton για την κίνηση του σώματος Σ παίρνουμε: $\Sigma F_x = 0$ ή $T'_1 = F_{\varepsilon\lambda}$ ή $T'_1 = k \cdot x$ (4), όπου x η επιμήκυνση του ελατηρίου.



Σχήμα 3

Αφού τα νήματα είναι αβαρή ισχύει: $T'_1 = T_1$ και

$T'_2 = T_2 = F$ (5)

Οι σχέσεις (3) και (4) μέσω των σχέσεων (5) γίνονται: $F \cdot R = T_1 \cdot r$ και $T_1 = k \cdot x$ και τελικά:

$F \cdot R = k \cdot x \cdot r$ ή $F = \frac{k \cdot x \cdot r}{R}$ (6)

Ελάχιστα πριν κόψουμε το νήμα το ελατήριο έχει επιμηκυνθεί τόσο όσο είναι το μήκος του νήματος που έχει τυλιχθεί επιπλέον στο μικρό δίσκο, δηλαδή $x = \upsilon \cdot \Delta t = \omega \cdot r \cdot \Delta t = r \cdot \Delta\varphi$ (7), όπου Δφ η γωνιακή μετατόπιση της τροχαλίας.

Επομένως η σχέση (6) μέσω της σχέσης (7) γίνεται: $F = \frac{K \cdot \Delta\varphi \cdot r^2}{R}$ ή $F = 20\sqrt{3}$ N.

Την ίδια χρονική στιγμή το μέτρο της $\vec{T}_1$ είναι: $T_1 = T'_1 = k \cdot x$ ή $T_1 = k \cdot r \cdot \Delta\varphi$ ή

$T_1 = 40\sqrt{3}$ N ενώ της $\vec{T}_2$ είναι: $T_2 = F$ ή $T_2 = 20\sqrt{3}$ N.

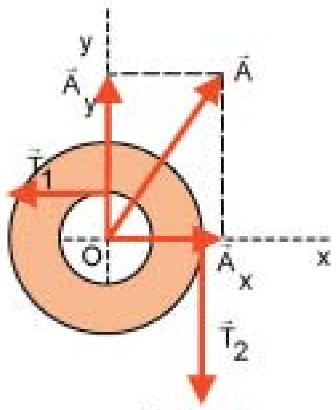
Αφού το κέντρο μάζας της τροχαλίας δεν κινείται ($\upsilon_{cm} = 0$) ισχύει:

$\Sigma F_x = 0$ ή $A_x = T_1$ ή $A_x = 40\sqrt{3}$ N και

$\Sigma F_y = 0$ ή $A_y = T_2$ ή $A_y = 20\sqrt{3}$ N.

Επομένως για το μέτρο της δύναμης $\vec{A}$ παίρνουμε:

$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ ή $A = 20\sqrt{15}$ N



Σχήμα 4

δ) Τη στιγμή που κόβεται το νήμα η απομάκρυνση του σώματος Σ είναι $x = r \cdot \Delta\varphi$ ή $x = 0{,}2\sqrt{3}$ m και η ταχύτητα του $\upsilon = 2m/s$.

Εφαρμόζοντας την Αρχή Διατήρησης της Ενέργειας ταλάντωσης παίρνουμε:

$K + U = E$ ή $\frac{1}{2}m\upsilon^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2$ ή $A = \sqrt{x^2 + \frac{m\upsilon^2}{k}}$ ή $A = 0{,}4m$.

ε) Το σώμα Σ θα ολοκληρώσει μία ταλάντωση σε χρόνο $\Delta t = T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}}$ ή $\Delta t = 0{,}2\pi$ s.

Σε αυτό το χρονικό διάστημα η τροχαλία θα έχει περιστραφεί κατά $\Delta\varphi' = \omega \cdot \Delta t$ ή $\Delta\varphi' = 4\pi$ rad

Το πλήθος των περιστροφών της υπολογίζεται από τη σχέση: $N = \frac{\Delta\varphi'}{2\pi}$ ή $N = 2$.

ΠΟΛ ΝΤΙΡΑΚ (1902-1984)

Επιφανής Άγγλος φυσικός και μαθηματικός, ελβετικής καταγωγής, που συγκαταλέγεται στις κορυφαίες φυσιογνωμίες των θετικών επιστημών κατά τον αιώνα που πέρασε. Αν και είχε διαπρέψει σε σπουδές Μηχανικής Φυσικής επιδίωξε να πλουτίσει τις γνώσεις του και με εντατικές σπουδές στα Μαθηματικά, τις οποίες πήρε στο Πανεπιστήμιο του Μπρίστολ. Το όπλο των μαθηματικών τον οδήγησε το 1928 στο ιδανικό πάντρεμα της θεωρίας της σχετικότητας με την κβαντική φυσική. Τότε συγκεκριμένα μελέτησε την εργασία του Χέιζενμπεργκ για την στροφική κίνηση που θεμελίωνε την κβαντική φυσική, τροποποίησε την εξίσωση του Σρέντιγκερ ώστε να την κάνει συμβατή με την θεωρία της σχετικότητας και απέδειξε ότι η «εμμονή» του ηλεκτρονίου να έχει μόνο τις δυο επιλογές spin είναι φυσική συνέπεια της τροποποιημένης σχετικιστικής εξίσωσης. Καθοριστικό εργαλείο της δικής του εργασίας ήταν αφενός μεν η παρατήρηση για ύπαρξη αντιύλης (αντιηλεκτρόνιο ή ποζιτρόνιο) και φυσικά η πληθωρική μαθηματική του ανάλυση. Για την επιστημονική διαδρομή του Ντιράκ είναι άξια παρατήρησης η εμπιστοσύνη που του έδειξαν τόσο οι Σοβιετικοί όσο και οι Αμερικάνοι στην εποχή του ψυχρού πολέμου αξιοποιώντας τις έρευνές του. Οι Σοβιετικοί μάλιστα τον τίμησαν με τα ανώτατα κρατικά βραβεία.