

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΜΑΝΩΛΗΣ ΤΡΑΜΠΑΚΟΣ
ΒΑΣΙΛΗΣ ΜΠΑΡΤΖΗΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΠΑΠΑΠΑΝΟΥ

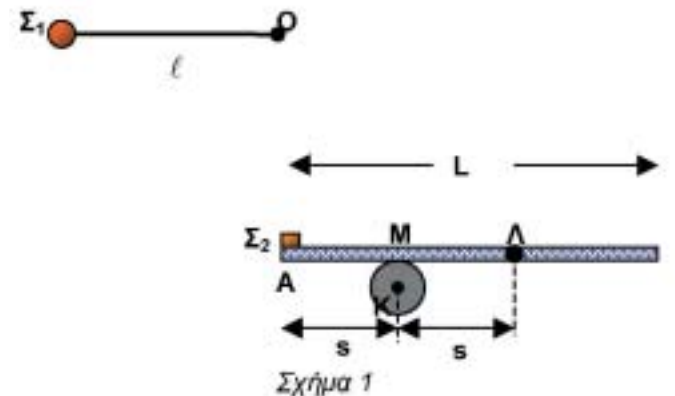
ΦΥΣΙΚΗ

ΑΝΕΛΑΣΤΙΚΗ ΚΡΟΥΣΗ ΚΑΙ ΙΣΟΡΡΟΠΙΑ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ



Ανελαστική ονομάζεται η κρούση στην οποία ένα μέρος της αρχικής κινητικής ενέργειας των σωμάτων του συστήματος μετατρέπεται σε θερμότητα.

Ένα σώμα Σ_1 μάζας $m_1 = 3\text{Kg}$ είναι δεμένο στο άκρο αβαρούς νήματος μήκους $\ell = 5\text{m}$ το άλλο άκρο του οποίου είναι στερεωμένο σε σταθερό σημείο O . Αρχικά το νήμα είναι οριζόντιο και το Σ_1 αφήνεται ελεύθερο. Όταν το νήμα γίνεται κατακόρυφο, το Σ_1 συγκρούεται ανελαστικά με σώμα Σ_2 μάζας $m_2 = 1\text{kg}$ που βρίσκεται ακίνητο στο άκρο A λεπτής, ομογενούς και οριζόντιας ράβδου μήκους $L = 7\text{m}$ και μάζας $M = 4\text{Kg}$. Μετά την κρούση, το Σ_1 συνεχίζει να κινείται προς την ίδια κατεύθυνση και σταματά στιγμιαία όταν το νήμα σχηματίζει γωνία $\varphi = 60^\circ$ με την κατακόρυφο, ενώ το Σ_2 αρχίζει να κινείται πάνω στη ράβδο. Ο συντελεστής τριβής ολίσθησης μεταξύ του Σ_2 και της ράβδου είναι $\mu = 0,3$. Η ράβδος στηρίζεται σε σταθερό σημείο Λ , γύρω από το οποίο μπορεί να περιστρέφεται χωρίς τριβές και σε σημείο M της περιφέρειας ακίνητου κατακόρυφου δίσκου μάζας $m_3 = 4\text{Kg}$ και ακτίνας $R = 0,5\text{m}$ που μπορεί να περιστραφεί γύρω από το κέντρο του K . Για τις αποστάσεις (AM) και $(M\Lambda)$ ισχύει: $(AM) = (M\Lambda) = s = 2\text{m}$. Τη στιγμή της κρούσης των Σ_1 και Σ_2 ($t = 0\text{s}$), ασκείται σε σημείο της περιφέρειας του δίσκου δύναμη \vec{F} , εφαπτομενικής διεύθυνσης και ο δίσκος αρχίζει να περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση μέτρου $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 10\text{rad/s}^2$.



Να υπολογίσετε:

- τα μέτρα των ταχυτήτων των Σ_1 και Σ_2 μετά την κρούση τους,
 - το ποσοστό της κινητικής ενέργειας του Σ_1 που μετατράπηκε σε θερμότητα κατά την κρούση,
 - το μέτρο της μετατόπισης και της ταχύτητας του Σ_2 ελάχιστα πριν την ανατροπή της ράβδου,
 - το μέτρο της στροφορμής και το ρυθμό μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου τη στιγμή της ανατροπής.
- Θεωρήστε πως δεν εμφανίζεται τριβή μεταξύ ράβδου και δίσκου και πως η διάρκεια της κρούσης είναι αμελητέα.

Δίνεται: η ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του $I_{cm} = \frac{1}{2} m_3 R^2$, η επιτάχυνση της βαρύτητας

$$g = 10 \text{ m/s}^2, \sqrt{2} = 1,4, \sqrt{5} = 2,2.$$

ΛΥΣΗ

- Για την κίνηση του σώματος Σ_1 από τη θέση N στη θέση A θεωρούμε ως επίπεδο μηδενικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο που βρίσκεται η θέση A . Εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας και προκύπτει:

$$E_{M,N} = E_{M,A} \text{ ή } K_N + U_N = K_A + U_A \text{ ή } m_1 g \ell = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 \text{ ή}$$

$$u_1 = \sqrt{2g\ell} \text{ ή } u_1 = 10 \text{ m/s}$$

Αμέσως μετά την κρούση τα σώματα Σ_1 και Σ_2 αρχίζουν να

κινούνται με ταχύτητες μέτρων u_1' και u_2' , αντίστοιχα.

Για την κρούση στη θέση A εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Ορμής του συστήματος των σωμάτων Σ_1 και Σ_2 και παίρνουμε:

$$\vec{P}_{ολ, αρχ} = \vec{P}_{ολ, τελ} \text{ ή } m_1 u_1 = m_1 u_1' + m_2 u_2' \text{ ή } u_2' = \frac{m_1 (u_1 - u_1')}{m_2} \quad (1)$$

Για την κίνηση του σώματος Σ_1 από τη θέση A στη θέση Γ όπου σταματά στιγμιαία, εφαρμόζουμε την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας και

$$E_{M,A} = E_{M,\Gamma} \text{ ή } K_A + U_A = K_\Gamma + U_\Gamma \text{ ή } \frac{1}{2} m_1 (u_1')^2 = m_1 g h \text{ ή } u_1' = \sqrt{2gh} \quad (2)$$

Όμως ισχύει $h = \ell - \ell \sin\varphi = \ell (1 - \sin\varphi)$ (3)

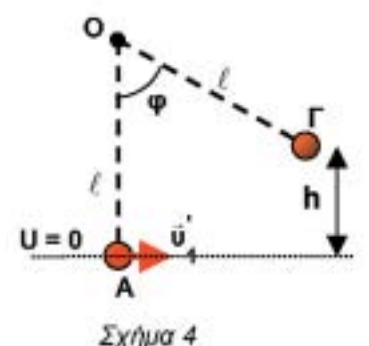
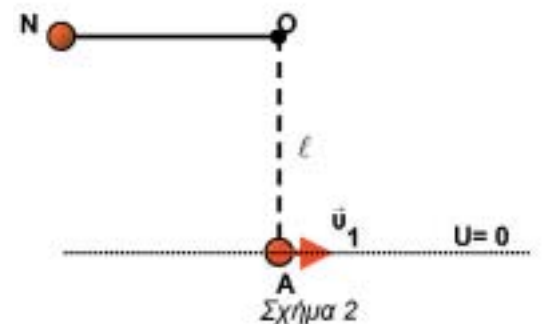
Η σχέση (2) μέσω της σχέσης (3) γίνεται:

$$u_1' = \sqrt{2g\ell(1 - \sin\varphi)} \text{ ή } u_1' = 5\sqrt{2} = 7 \text{ m/s}$$

Επομένως από τη σχέση (1) παίρνουμε: $u_2' = 9 \text{ m/s}$.

- Η θερμότητα που εκλύεται κατά την κρούση είναι

$$Q = K_{ολ, αρχ} - K_{ολ, τελ} \text{ ή } Q = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 - \frac{1}{2} m_1 (u_1')^2 - \frac{1}{2} m_2 (u_2')^2 \text{ ή } Q = 36 \text{ J}$$



www.poukamisas.gr



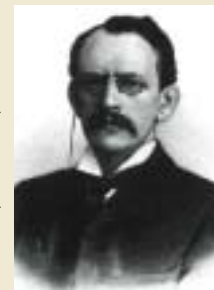
**στεκόμαστε
στο πλευρό
του μαθητή
με τον Υπεύθυνο
Καθηγητή
τμήματος**

Ο Υπεύθυνος Καθηγητής τμήματος παρακολουθεί την πορεία του μαθητή έχοντας καθημερινή συνεργασία με τους υπόλοιπους καθηγητές, ενώ, παράλληλα, σε συνεννόηση με τα Διευθυντή Σπουδών, ενημερώνει τους γονείς και προτείνει διορθωτικές ενέργειες που θα συμβάλουν στη βελτιστοποίηση του εκπαιδευτικού αποτελέσματος.

φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΤΖΟΖΕΦ ΤΖΟΝ ΤΟΜΣΟΝ (1856-1940)



Διάσημος Άγγλος φυσικός, γνωστός για τα πειράματά του πάνω στο ηλεκτρόνιο και τα ισότοπα. Προερχόταν από οικογένεια επιχειρηματιών του Μάντσεστερ αλλά όταν πέρασε δεύτερος στις εισαγωγικές εξετάσεις του κολεγίου Τρίνιτυ στο Κέμπριτζ άνοιξε δρόμο του προς τις θετικές επιστήμες. Ήδη από το 1884 κατάφερε να πάρει θέση καθηγητή στην έδρα Cavendish. Ο Τόμσον αναμόρφωσε τη σχολή, εισήγαγε νέες μεθόδους διδασκαλίας και έρευνας με αποτέλεσμα να ξεπηδήσει από το Cavendish ένας χείμαρρος ανακαλύψεων, όπως το ηλεκτρόνιο, ο θάλαμος νεφώσεων, εργασίες πάνω στη ραδιενέργεια, τα ισότοπα και άλλα. Μεταξύ των μαθητών του υπήρξαν οι κατοπινές διάσημες προσωπικότητες Ράδερφορντ, Τ.Ρ. Ουίλσον, Σ.Ε. Τάουνσεντ, Ο. Ρίτσαρντσον, Τ.Π. Τόμσον και άλλοι. Η σημαδιακή χρονιά για τον Τζ. Τζ. Τόμσον ήταν το 1897. Τότε επιβεβαίωσε τη σωματιδιακή φύση των καθοδικών ακτίνων (ηλεκτρονίων), τότε πρωτομέτρησε την ταχύτητα και το λόγο του ηλεκτρικού φορτίου προς τη μάζα των σωματιδίων, τότε συνέγραψε και τη διάσημη εργασία του «για τον έλεγχο της θεωρίας των ηλεκτρισμένων σωματιδίων». Δυο χρόνια μετά μαζί με το μαθητή του Ουίλσον ξαναμέτρησε το φορτίο και τη μάζα του ηλεκτρονίου με τη «μέθοδο της σταγόνας», που βελτιώθηκε το 1910 από τον Μίλικαν και τελειοποιήθηκε το 1929. Σήμερα η τιμή είναι γνωστή με ακρίβεια 3 εκατομμυριοστά.

Άρα το ζητούμενο ποσοστό είναι:

$$\frac{Q}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2} 100\% = \frac{36}{\frac{1}{2} 3 \cdot 7^2} 100\% \approx 49\%$$

γ) Στο σώμα Σ₂ ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος του m₂g,
- Η κάθετη αντίδραση N' από τη ράβδο και
- Η τριβή ολίσθησης T'.

Για την κίνηση του Σ₂ μέχρι να ανατραπεί η ράβδος

ισχύει: ΣF_y = 0 ή N = m₂g και $|a| = \frac{\Sigma F_x}{m_2} = \frac{T}{m_2} = \frac{\mu N}{m_2}$

$$|a| = \frac{\mu m_2 g}{m_2} \text{ ή } |a| = \mu g \text{ ή } |a| = 3 \text{ m/s}^2$$

Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο μετά την κρούση είναι οι εξής:

- Το βάρος της Mg,
- Οι δυνάμεις F₁ και F₂ στα σημεία Λ και Μ, αντίστοιχα,
- Η δύναμη N' (αντίδραση της N που ασκείται στο Σ₂ από τη ράβδο με N' = N) και
- Η τριβή ολίσθησης T' (αντίδραση της T που ασκείται στο Σ₂ με T' = T).

Έστω ότι το σώμα Σ₂ έχει μετατοπιστεί κατά x χωρίς να έχει ανατραπεί η ράβδος. Για τη ράβδο από τις συνθήκες ισορροπίας, ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(\Lambda)} = 0 \text{ ή } T_{Mg} + T_{F_1} + T_{F_2} + T_{T'} = 0 \text{ ή } Mg(2s - \frac{L}{2}) + N'(2s - x) - F_2 s = 0 \text{ ή}$$

$$Mg(2s - \frac{L}{2}) + N(2s - x) - F_2 s = 0 \text{ ή } Mg(2s - \frac{L}{2}) + m_2 g(2s - x) - F_2 s = 0 \text{ ή}$$

$$F_2 = Mg(2 - \frac{L}{2s}) + m_2 g(2 - \frac{x}{s}) \text{ ή } F_2 = 30 - 5x \text{ (S.I.)}$$

Τη στιγμή της ανατροπής, η ράβδος χάνει την επαφή με το σημείο Μ της περιφέρειας του δίσκου. Τότε ισχύει: F₂ = 0 ή 30 - 5x = 0 ή x = 6m.

Εφαρμόζουμε το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας για την κίνηση του Σ₂ από τη θέση Α έως της θέση Δ όπου ανατρέπεται η ράβδος και παίρνουμε:

$$K_{\Delta} - K_A = W_{m_2 g} + W_{N'} + W_{T'} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2} m_2 (u_2'')^2 - \frac{1}{2} m_2 (u_2')^2 = -Tx \text{ ή } \frac{1}{2} m_2 (u_2'')^2 - \frac{1}{2} m_2 (u_2')^2 =$$

$$- \mu m_2 g x \text{ ή } u_2'' = \sqrt{(u_2')^2 - 2\mu \cdot g \cdot x} \text{ ή } u_2'' = \sqrt{45} \text{ m/s} \text{ ή}$$

$$u_2'' = 3\sqrt{5} \text{ m/s} \text{ ή } u_2'' = 6,6 \text{ m/s}$$

δ) Το σώμα Σ₂ εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση μέχρι τη χρονική στιγμή t που ανατρέπεται η

ράβδος. Τότε ισχύει: u_{Σ2} = u₂'' ή u₂' - |a|t = u₂'' ή t = $\frac{u_2' - u_2''}{|a|}$ ή t = 0,8s

Τη χρονική στιγμή t = 0,8s, ο δίσκος έχει αποκτήσει γωνιακή ταχύτητα μέτρου ω = α_{γων}t ή ω = 8rad/s.

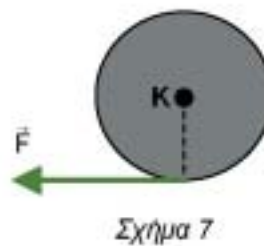
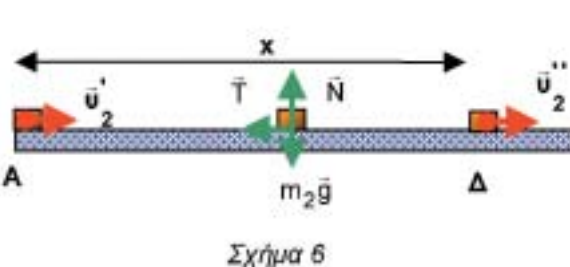
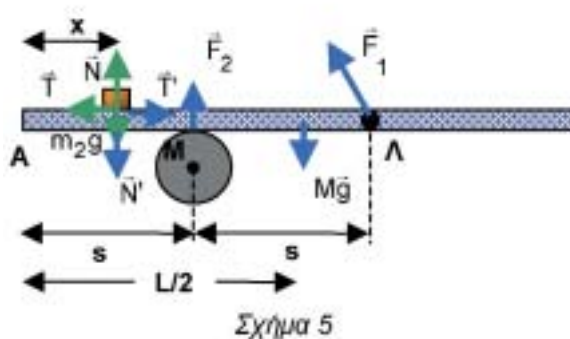
Το μέτρο της στροφορμής του δίσκου τη στιγμή t = 0,8s είναι:

$$L = I_{cm} \cdot \omega \text{ ή } L = \frac{1}{2} m_3 R^2 \cdot \omega \text{ ή } L = 4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας του δίσκου τότε είναι:

$$\frac{dK_{\pi}}{dt} = \Sigma \tau \cdot \omega \text{ ή } \frac{dK_{\pi}}{dt} = I_{cm} \cdot \alpha_{γων} \cdot \omega \text{ ή } \frac{dK_{\pi}}{dt} = \frac{1}{2} m_3 R^2 \cdot \alpha_{γων} \cdot \omega \text{ ή}$$

$$\frac{dK_{\pi}}{dt} = 40 \text{ J/s}$$



www.poukamisas.gr

ειδικά μαθήματα

Για τους μαθητές εκείνους που προσανατολίζονται σε σπουδές οι οποίες απαιτούν την εξέταση ειδικών μαθημάτων, στα Φροντιστήρια Πουκαμισάς λειτουργούν τμήματα Σχεδίου και Ξένων Γλωσσών, ενώ εξασφαλίζεται και πρόγραμμα γυμναστικής αγωγής.

Το πρόγραμμα όλων των ειδικών μαθημάτων καταρτίζεται κατά τέτοιο τρόπο και μέθοδο, ώστε να παραμένει απρόσκοπτη η διδασκαλία των υπολοίπων μαθημάτων.

φροντιστήρια **ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ**