

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΜΑΡΙΝΑ ΧΑΤΖΗΜΙΧΑΗΛ
ΓΙΑΝΝΗΣ ΚΑΣΤΡΙΝΑΚΗΣ
ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΣΑΡΡΗΣ
ΓΙΩΡΓΟΣ ΚΑΝΤΑΣ



Σε ένα στάσιμο κύμα το κάθε σημείο του μέσου εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση το πλάτος της οποίας εξαρτάται από τη θέση του.

ΦΥΣΙΚΗ

ΣΤΑΣΙΜΟ ΚΥΜΑ

Δύο εγκάρσια αρμονικά κύματα, ίδιου πλάτους $A = 20\text{cm}$ και συχνότητας f διαδίδονται προς αντίθετες κατευθύνσεις σε γραμμικό ελαστικό μέσο που ταυτίζεται με το θετικό ημιάξονα Ox . Από τη συμβολή των δύο κυμάτων δημιουργείται στάσιμο κύμα και στην αρχή O ($x = 0$) του ημιάξονα εμφανίζεται κοιλία που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Θεωρούμε ως $t = 0$ τη χρονική στιγμή, μετά το σχηματισμό του στάσιμου κύματος σε όλο το μήκος του ελαστικού μέσου κατά την οποία το σημείο του μέσου στη θέση O διέρχεται από τη θέση ισορροπίας του κινούμενο προς τη θετική κατεύθυνση της ταλάντωσης του.

Το ελάχιστο χρονικό διάστημα που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών διελεύσεων ενός σημείου K ($x_K = +2,5\text{cm}$) του ελαστικού μέσου από τη θέση ισορροπίας του είναι $\Delta t = 2\text{s}$. Το σημείο K βρίσκεται μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου δεσμού στον ημιάξονα Ox και είναι το πρώτο του ελαστικού μέσου μεταξύ αυτών των δύο δεσμών που εκτελεί ταλάντωση πλάτους $|A'|_K = 20\sqrt{3}\text{cm}$.

- α) Να υπολογίσετε το μήκος κύματος λ του στάσιμου κύματος και την ταχύτητα διάδοσης των κυμάτων που το δημιούργησαν.
β) Να γράψετε την εξίσωση του στάσιμου κύματος και να σχεδιάσετε το στιγμιότυπο του μέχρι τη θέση $x = 9\text{cm}$ τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$.
γ) Να παραστήσετε γραφικά την απομάκρυνση y_K του σημείου K από τη θέση ισορροπίας του σε συνάρτηση με το χρόνο t .
δ) Να υπολογίσετε τον αριθμό και να προσδιορίσετε τις θέσεις των σημείων του στάσιμου κύματος που εκτελούν ταλάντωση με μέγιστο πλάτος μεταξύ των σημείων K και L ($x_L = +11,5\text{cm}$).
ε) Μεταβάλλουμε τη συχνότητα ταλάντωσης των σημείων του στάσιμου κύματος έτσι ώστε να εμφανίζεται κοιλία σε κάθε ένα από τα σημεία O και M ($x_M = +10,5\text{cm}$) του ελαστικού μέσου. Μεταξύ των σημείων O και M υπάρχει ένα μόνο σημείο που παραμένει ακίνητο. Να υπολογίσετε τη μεταβολή Δf της συχνότητας.

Λύση

- α) Οι θέσεις των σημείων του ελαστικού μέσου τα οποία εκτελούν ταλάντωση με πλάτος ίσο με το πλάτος της ταλάντωσης του σημείου K προκύπτουν:

$$|A'| = |A'|_K \quad \text{ή} \quad 2A \left| \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \right| = |A'|_K \quad \text{ή} \quad \left| \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) \right| = \frac{|A'|_K}{2A} \quad \text{ή} \quad \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}x\right) = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad \text{ή}$$

$$\begin{cases} \frac{2\pi}{\lambda}x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = k\lambda \pm \frac{\lambda}{12}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \\ \text{ή} \\ \frac{2\pi}{\lambda}x = 2k\pi \pm \frac{5\pi}{6} \quad \text{ή} \quad x = k\lambda \pm \frac{5\lambda}{12}, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \end{cases}$$

Αφού το σημείο K βρίσκεται μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου δεσμού του θετικού ημιάξονα ισχύει:

$$\frac{\lambda}{4} \leq x \leq \frac{3\lambda}{4}$$

Έτσι

$$\begin{aligned} & \bullet \frac{\lambda}{4} \leq k\lambda \pm \frac{\lambda}{12} \leq \frac{3\lambda}{4} \quad \text{ή} \quad 3 \leq 12k \pm 1 \leq 9 \quad \text{ή} \quad \begin{cases} \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} \leq k \leq \frac{5}{6} \end{cases} \quad \text{ή} \quad \frac{1}{6} \leq k \leq \frac{5}{6} \\ & \bullet \frac{\lambda}{4} \leq k\lambda \pm \frac{5\lambda}{12} \leq \frac{3\lambda}{4} \quad \text{ή} \quad 3 \leq 12k \pm 5 \leq 9 \quad \text{ή} \quad \begin{cases} 3 \leq 12k + 5 \leq 9 \quad \text{ή} \quad -\frac{1}{6} \leq k \leq \frac{1}{3} \quad \text{ή} \quad k = 0 \\ 3 \leq 12k - 5 \leq 9 \quad \text{ή} \quad \frac{2}{3} \leq k \leq \frac{7}{6} \quad \text{ή} \quad k = 1 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\text{Από τη σχέση } x = k\lambda + \frac{5\lambda}{12} \quad \text{για } k = 0 \text{ προκύπτει: } x = \frac{5\lambda}{12}$$

$$\text{Από τη σχέση } x = k\lambda - \frac{5\lambda}{12} \quad \text{για } k = 1 \text{ προκύπτει: } x = \frac{7\lambda}{12}$$

Αφού το σημείο K είναι το πρώτο σημείο μεταξύ του πρώτου και του δεύτερου δεσμού στο θετικό ημιάξονα που

$$\text{εκτελεί ταλάντωση πλάτους } |A'|_K, \text{ ισχύει: } x_K = \frac{5\lambda}{12} \quad \text{ή} \quad \lambda = \frac{12x_K}{5} \quad \text{ή} \quad \lambda = 6\text{cm}$$

$$\text{Ακόμα ισχύει: } \Delta t = \frac{T}{2} \quad \text{ή} \quad T = 2\Delta t \quad \text{ή} \quad T = 4\text{s}$$

$$\text{Από τη θεμελιώδη εξίσωση της κυματικής προκύπτει: } u = \frac{\lambda}{T} \quad \text{ή} \quad u = 1,5\text{cm/s}$$

ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ...
ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΙΚΕΣ



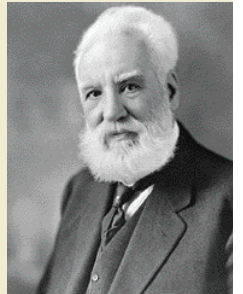
φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

- ΑΓ. ΒΑΡΒΑΡΑ • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ
- ΑΓ. Ι. ΡΕΝΤΗΣ • ΑΙΓΑΛΕΩ
- ΑΜΦΙΑΛΗ • ΓΑΛΑΤΣΙ • ΓΛΥΦΑΔΑ
- ΔΡΑΠΕΤΣΩΝΑ • ΗΡΑΚΛΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
- ΚΑΛΛΙΘΕΑ • ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
- ΛΑΡΙΣΑ • ΜΕΓΑΡΑ • ΜΟΣΧΑΤΟ
- ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ • ΝΙΚΑΙΑ
- ΠΕΙΡΑΙΑΣ • ΠΕΡΑΜΑ

www.poukamisas.gr

ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΑΛΕΞΑΝΤΕΡ ΓΚΡΕΪΑΜ ΜΠΕΛ (1847-1922)



Καναδοαμερικανός εκπαιδευτικός σκοτσέζικης καταγωγής, αφού γενέτειρά του ήταν το Εδιμβούργο. Στην Ιστορία πέρασε ως «ο εφευρέτης του τηλεφώνου». Αν και εδώ και αρκετό καιρό η πατρότητα της κορυφαίας αυτής ανακάλυψης, που άλλαξε καταλυτικά τη ζωή της ανθρωπότητας, αμφισβητείται και δεν αποδίδεται στον Μπελ, οφείλουμε να καταγράψουμε ότι η δική του συσκευή ήταν η πρώτη που παρουσιάστηκε δημόσια και άρχισε να πωλείται μαζικά. Συνέβη το 1876 στην παγκόσμια εμπορική έκθεση της Φιλαδέλφειας των ΗΠΑ. Εκεί ο Μπελ εμφάνισε τη συσκευή του ενώπιον κριτικής επιτροπής και η ανταπόκριση ήταν τεράστια.

Γρήγορα αναγκάστηκε να δημιουργήσει εταιρεία, την «Bell Telephone Company», που γιγαντώθηκε εν ριπή οφθαλμού με «τρελές» πωλήσεις, που πάντα έμεναν κάτω από τη ζήτηση... Την επινόηση του τηλεφώνου, ο Γκρέιαμ Μπελ την έκανε ως δάσκαλος κωφαλάων! Ήταν διευθυντής σχολικού ιδρύματος κωφαλάων στη Βοστώνη γύρω στο 1872 και καθώς εργαζόταν πάνω στη φυσιολογία της φωνής και της σχέσης της με τις ταλαντώσεις, οδηγήθηκε στην κατασκευή μιας συσκευής, η οποία απλώς μετέφερε μέσω αγωγών αυτές τις ηλεκτρομαγνητικές ταλαντώσεις. Αυτή η συσκευή δεν ήταν παρά ένα απλό τηλέφωνο!

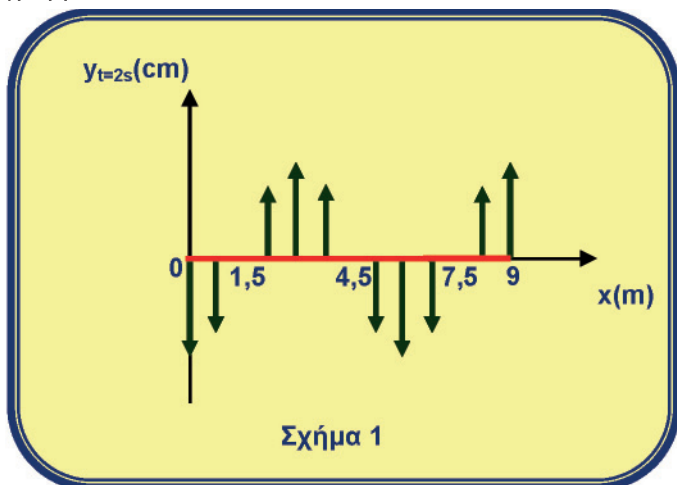
β) Η εξίσωση του στάσιμου κύματος είναι: $y = 2A \cdot \text{συν}\left(\frac{2\pi}{\lambda} x\right) \eta\mu\left(\frac{2\pi}{T} t\right)$ ή

$$y = 40 \text{συν}\left(\frac{\pi x}{3}\right) \eta\mu\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad (x, y \text{ σε cm, } t \text{ σε s})$$

Για τη χρονική στιγμή $t = 2\text{s}$ η εξίσωση του στιγμιότυπου προκύπτει:

$$y_{t=2\text{s}} = 40 \text{συν}\left(\frac{\pi x}{3}\right) \eta\mu\left(\frac{\pi 2}{2}\right) \quad \text{ή } y_{t=2\text{s}} = 0$$

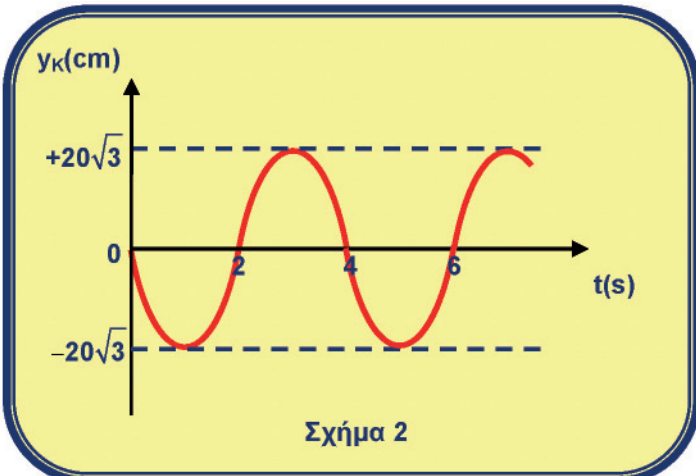
Το ζητούμενο στιγμιότυπο (με τις ταχύτητες των σημείων του ελαστικού μέσου) φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



γ) Από την εξίσωση του στάσιμου κύματος για $x = x_k$, η εξίσωση της απομάκρυνσης του σημείου K από τη θέση ισορροπίας προκύπτει:

$$y_k = 40 \text{συν}\left(\frac{\pi 2,5}{3}\right) \eta\mu\left(\frac{\pi t}{2}\right) \quad \text{ή } y_k = -20\sqrt{3} \eta\mu\left(\frac{\pi}{2} t\right) \quad (y_k \text{ σε cm, } t \text{ σε s})$$

Η ζητούμενη γραφική παράσταση φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα.



δ) Οι θέσεις στο θετικό ημιάξονα Ox, των σημείων του στάσιμου κύματος που εκτελούν ταλάντωση με μέγιστο πλάτος (κοιλίες) προκύπτουν από τη σχέση:

$$x_k = k \frac{\lambda}{2} \quad \text{ή } x_k = 3k \text{ cm, } k = 0, 1, 2, \dots$$

$$\text{Ισχύει: } x_k \leq x_M \quad \text{ή } +2,5 \leq 3k \leq +11,5 \quad \text{ή } \frac{2,5}{3} \leq k \leq \frac{11,5}{3} \quad \text{ή } k = 1, 2, 3$$

Οι θέσεις των κοιλιών προκύπτουν:

- για $k = 1$, $x = 3\text{cm}$
- για $k = 2$, $x = 6\text{cm}$
- για $k = 3$, $x = 9\text{cm}$

ε) Αφού μεταξύ των σημείων O και M υπάρχει ένα μόνο σημείο που παραμένει ακίνητο και στα σημεία αυτά το νέο

στάσιμο κύμα εμφανίζει κοιλίες, για το νέο μήκος κύματος λ' ισχύει: $\frac{\lambda'}{2} = x_M$ ή $\lambda' = 2x_M$ ή $\lambda' = 21\text{cm}$

$$\text{Η ζητούμενη μεταβολή } \Delta f \text{ της συχνότητας είναι: } \Delta f = f' - f \quad \text{ή } \Delta f = \frac{v}{\lambda'} - \frac{v}{\lambda} = v \left(\frac{1}{\lambda'} - \frac{1}{\lambda} \right) \quad \text{ή } \Delta f = -\frac{5}{28} \text{ Hz}$$

ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ...
ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΙΚΕΣ



φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

ΚΕΝΤΡΙΚΑ ΓΡΑΦΕΙΑ FRANCHISE

Σωτήρος & Αθικιβιάδου 132, Πειραιάς
Τηλ.: 210 4112507, e-mail: info@poukamisas.gr

www.poukamisas.gr