

ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ:
ΔΙΟΝΥΣΗΣ ΣΥΝΟΔΙΝΟΣ
ΙΩΑΝΝΗΣ ΚΑΣΤΡΙΝΑΚΗΣ
ΑΝΑΣΤΑΣΙΟΣ ΓΡΕΤΟΣ
ΜΑΡΙΝΑ ΧΑΤΖΗΜΙΧΑΗΛ



Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν σε ένα στερεό σώμα που περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα, είναι ίσο με την αλγεβρική τιμή του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής του, δηλαδή

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau$$

ΦΥΣΙΚΗ

ΣΤΡΟΦΙΚΗ ΚΙΝΗΣΗ ΣΤΕΡΕΟΥ ΣΩΜΑΤΟΣ ΤΑΛΑΝΤΩΣΗ

Μια ομογενής, άκαμπτη ράβδος ΑΛ μήκους $\ell = 2\text{m}$, μάζας $M = 3\text{kg}$ ισορροπεί σε οριζόντια θέση, όπως φαίνεται στο σχήμα 1. Στο άκρο της Α υπάρχει άρθρωση γύρω από την οποία η ράβδος ΑΛ μπορεί να περιστρέφεται, χωρίς τριβές, ενώ στο άλλο άκρο της Λ ασκείται δύναμη \vec{F} με σταθερό μέτρο $F = 7,5\text{N}$, διεύθυνση κάθετη στη ράβδο και φορά προς τα πάνω. Ένα αβαρές, τεντωμένο και κατακόρυφο νήμα ΜΝ συνδέει το σημείο Μ της ράβδου με ένα σώμα Σ μάζας $m = 1\text{kg}$, το οποίο είναι στερεωμένο στο ελεύθερο άκρο κατακόρυφου, ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $K = 50\text{N/m}$. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο σε σημείο της οροφής. Η απόσταση των σημείων Α, Μ είναι ίση με $x = 1,5\text{m}$.

α) Να υπολογίσετε το μέτρο της τάσης του νήματος που ασκείται στη ράβδο.

Τη χρονική στιγμή $t = 0$ κόβουμε το νήμα. Το σώμα Σ αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση ενώ η ράβδος να περιστρέφεται χωρίς τριβές γύρω από το άκρο Α. Κατά την περιστροφή της ράβδου η δύναμη \vec{F} παραμένει συνεχώς κάθετη στη ράβδο. Να υπολογίσετε:

β) τη μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος Σ.

γ) το μέτρο της γωνιακής επιτάχυνσης της ράβδου τη χρονική στιγμή $t = 0$.

δ) το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της στροφορμής της ράβδου ως προς το σημείο Α όταν φθάσει στην κατακόρυφη θέση.

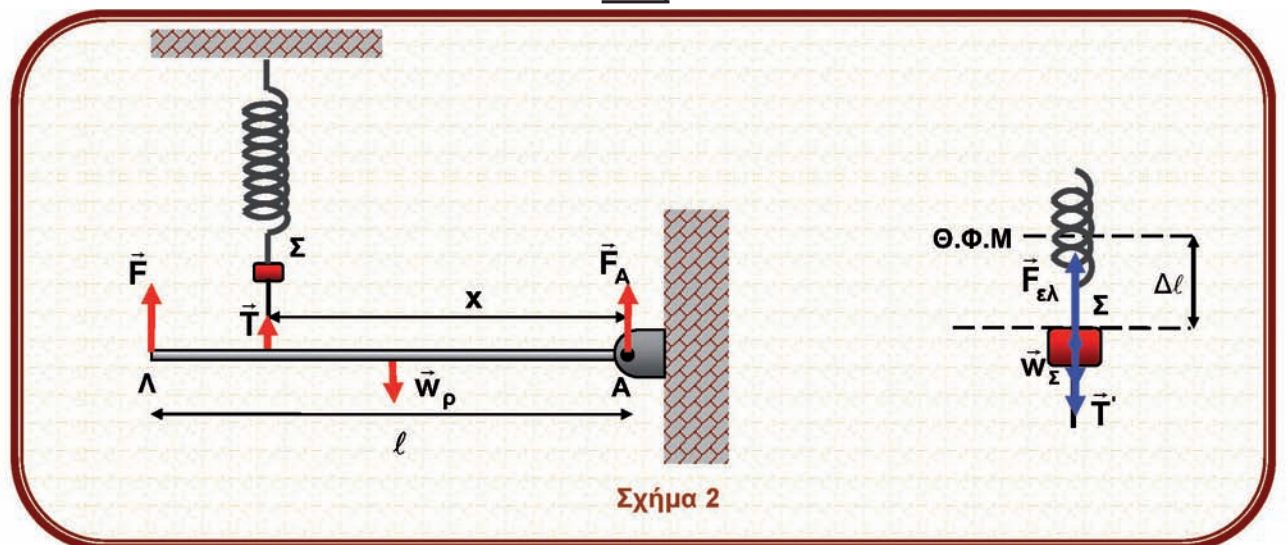
ε) τη μέγιστη κινητική ενέργεια της ράβδου.

Θεωρήστε πως η δύναμη \vec{F} όπως και όλη η διάταξη βρίσκεται στο ίδιο κατακόρυφο επίπεδο, στο οποίο εκτελούνται και όλες οι κινήσεις.

Δίνονται: η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10\text{m/s}^2$, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς άξονα κάθετο στο επίπεδο περιστροφής της που διέρχεται από το κέντρο μάζας της $I_{cm} = \frac{1}{12}M\ell^2$, $\frac{\pi}{3} = 1,05$, $\sqrt{3} = 1,7$.

Λύση

α)



Στη ράβδο ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος της ράβδου \vec{w}_ρ ($w_\rho = Mg$)

- Η τάση \vec{T} του νήματος
- Η δύναμη \vec{F}_A από την άρθρωση
- Η δύναμη \vec{F}

Για την ισορροπία της ράβδου ισχύει:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \text{ ή } \tau_{T(A)} + \tau_{w_\rho(A)} + \tau_{F(A)} + \tau_{F_A(A)} = 0 \text{ ή } Tx + F\ell - Mg\frac{\ell}{2} = 0 \text{ ή } T = \frac{(Mg - 2F)\ell}{2x} \text{ ή } T = 10\text{N}$$

β) Στο σώμα Σ ασκούνται οι εξής δυνάμεις:

- Το βάρος \vec{w}_Σ ($w_\Sigma = mg$)

ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ...
ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΙΚΕΣ



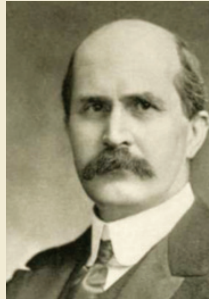
φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

- ΑΓ. ΒΑΡΒΑΡΑ • ΑΓ. ΔΗΜΗΤΡΙΟΣ
- ΑΓ. Ι. ΡΕΝΤΗΣ • (ΝΕΟ) ΑΓ. ΝΙΚΟΛΑΟΣ ΚΡΗΤΗΣ
- ΑΙΓΑΛΕΩ • ΑΜΦΙΑΛΗ • ΓΑΛΑΤΣΙ • ΓΛΥΦΑΔΑ
- ΔΡΑΠΕΤΣΩΝΑ • ΗΡΑΚΛΕΙΟ ΚΡΗΤΗΣ
- (ΝΕΟ) ΙΕΡΑΠΕΤΡΑ • ΚΑΛΛΙΘΕΑ • ΚΟΡΥΔΑΛΛΟΣ
- ΛΑΡΙΣΑ • (ΝΕΟ) ΜΑΚΡΥ ΓΙΑΛΟΣ ΛΑΣΙΘΙΟΥ •
- ΜΕΓΑΡΑ • ΜΟΣΧΑΤΟ • ΝΕΑ ΣΜΥΡΝΗ • ΝΙΚΑΙΑ
- ΠΕΙΡΑΙΑΣ • ΠΕΡΑΜΑ • (ΝΕΟ) ΠΕΡΙΣΤΕΡΙ

www.poukamisas.gr

ΒΙΟΓΡΑΦΙΕΣ

ΛΟΡΕΝΣ ΜΠΡΑΓΚ
(1890-1971)



Νομπελίστας Βρετανός φυσικός, από τους θεμελιωτές μαζί με τον πατέρα του Ουίλλιαμ Χένρυ Μπραγκ, της κρυσταλλογραφίας με χρήση ακτίνων Χ. Γεννήθηκε στην Αδελαΐδα της Αυστραλίας, στο Πανεπιστήμιο της οποίας σπούδασε σε πολύ νεαρή ηλικία και συνέχισε τις σπουδές του στη Φυσική στο Καίμπριτζ, όπου εργάστηκε αργότερα ως λέκτορας και ως υφηγητής. Υπήρξε, μεταξύ άλλων, μέλος της Βασιλικής Εταιρείας, διευθυντής στο Εθνικό Εργαστήριο Φυσικής και διευθυντής στο Βασιλικό Ινστιτούτο του Λονδίνου. Η επιτυχία του χαμογέλασε πολύ νωρίς, καθώς σε ηλικία μόλις 25 χρονών τιμήθηκε με το Βραβείο Νόμπελ Φυσικής, μαζί με τον πατέρα του. Λίγο νωρίτερα, ενώ ακόμα σπούδαζε στο Καίμπριτζ, μελετώντας τα φαινόμενα περίθλασης, που παρατηρούνται όταν ακτίνες Χ προσπέσουν πάνω σε άτομα κρυσταλλικού πλέγματος, κατέληξε στην περίφημη «συνθήκη ανάκλασης του Μπραγκ» ή «νόμο Μπραγκ». Με τη «μέθοδο Μπραγκ» και την κατασκευή ενός φασματογράφου κατόρθωσε να προσδιορίσει την κρυσταλλική υφή αρκετών ουσιών (όπως των διαμαντιών). Επίσης, ασχολήθηκε ερευνητικά με τη μεταλλουργία και τον προσδιορισμό της δομής των πρωτεϊνών. Υπήρξε εξαιρετος δάσκαλος, δημιουργός τριών ερευνητικών «σχολών» και θαυμάσιος ομιλητής. Εξέδωσε τα βιβλία: «Ακτίνες Χ και κρυσταλλική δομή» (1915) και «Αναζητώντας τη φύση των πραγμάτων» (1958).

• Η τάση \bar{T} του νήματος ($T' = T$)

• Η δύναμη του ελατηρίου $\bar{F}_{ελ}$ ($F_{ελ} = K\Delta\ell$)

Σύμφωνα με τον 1^ο νόμο του Newton ισχύει:

$$\Sigma F_{(\Sigma)} = 0 \text{ ή } T' + w_{\Sigma} = F_{ελ} \text{ ή } T + mg = K \cdot \Delta\ell \text{ ή } \Delta\ell = \frac{T + mg}{K} \text{ ή } \Delta\ell = 0,4m.$$

Αφού κόψουμε το νήμα η θέση όπου ισορροπούσε το σώμα Σ γίνεται ακραία θέση για την ταλάντωση που ξεκινά και η θέση ισορροπίας του πλέον βρίσκεται στη θέση όπου το ελατήριο είναι επιμηκυμένο κατά του $\Delta\ell'$ με $\Delta\ell' < \Delta\ell$.

Στη θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του σώματος Σ ισχύει: $w_{\Sigma} = F'_{ελ}$ ή $mg = K \cdot \Delta\ell'$ ή $\Delta\ell' = \frac{mg}{K}$ ή $\Delta\ell' = 0,2m$

Επομένως η ταλάντωση του σώματος Σ έχει πλάτος A ίσο με: $A = \Delta\ell - \Delta\ell'$ ή $A = 0,2m$.

και κυκλική συχνότητα ω ίση με: $\omega = \sqrt{\frac{K}{m}}$ ή $\omega = 5\sqrt{2} \text{ rad/s}$.

Η μέγιστη δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι: $U_{max} = \frac{1}{2}DA^2$ ή

$U_{max} = \frac{1}{2}m\omega^2A^2$ ή $U_{max} = 1J$.

γ) Από το θεώρημα των παράλληλων αξόνων, η ροπή αδράνειας της ράβδου ως προς οριζόντιο άξονα, κάθετο στη διεύθυνση της που διέρχεται από το άκρο A

προκύπτει: $I_A = I_{cm} + M\left(\frac{\ell}{2}\right)^2$ ή $I_A = \frac{1}{12}M\ell^2 + \frac{1}{4}M\ell^2$ ή $I_A = \frac{1}{3}M\ell^2$.

Για τη χρονική στιγμή $t = 0$, από το θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης έχουμε:

$\Sigma \tau_{(A)} = I_A \alpha_{γων}$ ή $Mg\frac{\ell}{2} - F\ell = \frac{1}{3}M\ell^2 \alpha_{γων}$ ή $\alpha_{γων} = \frac{3(Mg - 2F)}{2M\ell}$ ή

$\alpha_{γων} = 3,75 \text{ rad/s}^2$.

δ) Όταν η ράβδος φθάσει στην κατακόρυφη θέση (σχήμα 3) για το ρυθμό μεταβολής της στροφορμής της ως προς το σημείο A , ισχύει:

$\frac{dL}{dt} = \Sigma \tau$ ή $\frac{dL}{dt} = -F\ell$ ή $\left|\frac{dL}{dt}\right| = F\ell$ ή $\left|\frac{dL}{dt}\right| = 15 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}^2$.

ε) Αμέσως μετά το κόψιμο του νήματος ισχύει:

$\tau_{w_p(A)} > \tau_{F(A)}$. Επομένως η ράβδος αρχίζει να

στρέφεται αντίθετα από τη φορά περιστροφής των δειχτών του ρολογιού, επιταχυνόμενη. Η κινητική ενέργεια της ράβδου αυξάνεται. Καθώς όμως στρέφεται, το μέτρο της ροπής του βάρους μειώνεται και συνεπώς το ίδιο συμβαίνει και με τη συνολική ροπή. Επομένως, η γωνιακή επιτάχυνση της ράβδου μειώνεται. Όταν η συνολική ροπή που ασκείται στη ράβδο μηδενιστεί, η ράβδος θα αποκτήσει τη μέγιστη κινητική της ενέργεια. Στη συνέχεια, το μέτρο της ροπής του βάρους γίνεται μικρότερο από το μέτρο της ροπής της δύναμης \bar{F} και η ράβδος αρχίζει να επιβραδύνεται.

Όταν η συνολική ροπή που ασκείται στη ράβδο

μηδενιστεί, ισχύει: $\Sigma \tau_{(A)} = 0$ ή $Mg\frac{\ell}{2} \eta \mu\theta - F\ell = 0$ ή

$\eta \mu\theta = \frac{2F}{Mg}$ ή $\eta \mu\theta = 0,5$ ή $\theta = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$

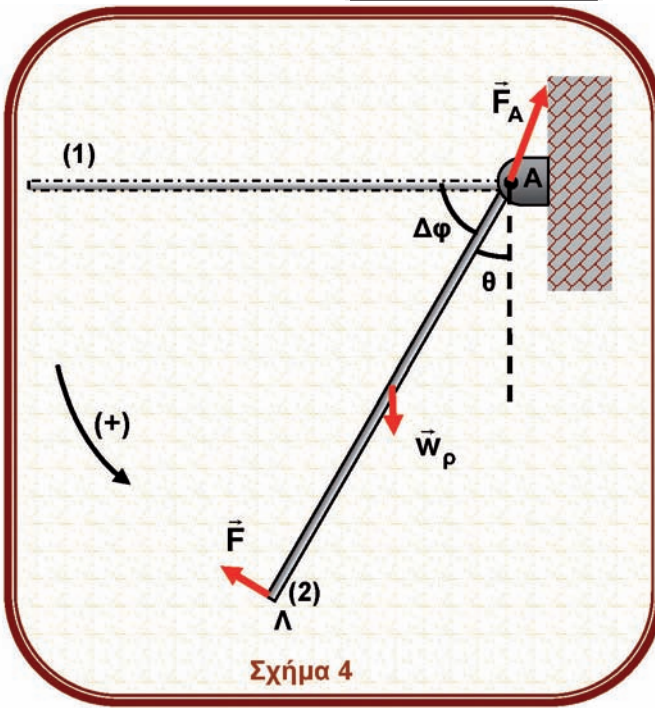
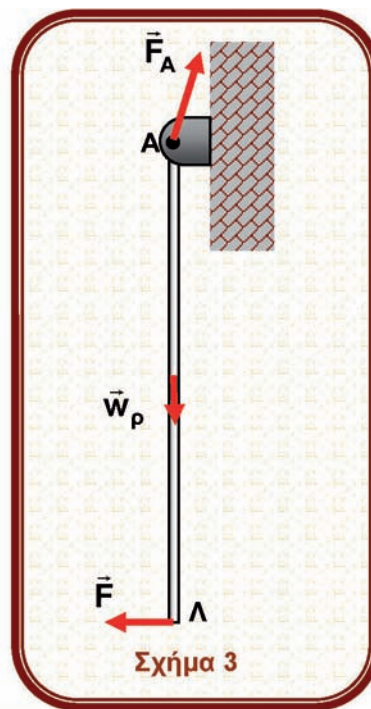
Η γωνιακή μετατόπιση $\Delta\phi$ της ράβδου τότε είναι:

$\Delta\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$.

Εφαρμόζοντας το θεώρημα έργου –ενέργειας για την κίνηση της ράβδου από την οριζόντια θέση (1) έως τη θέση

(2) όπου έχει μετατοπιστεί γωνιακά κατά $\Delta\phi = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$ προκύπτει:

$K_{(2)} - K_{(1)} = W_{TMg} + W_{TF} + W_{TF_A}$ ή $K_{max} = Mg\frac{\ell}{2} \text{ συν}\theta - F\ell\Delta\phi$ ή $K_{max} = 15\left(\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}\right) J$ ή $K_{max} = 9,75J$.



ΕΠΙΤΥΧΙΕΣ...
ΑΥΤΟΚΡΑΤΟΡΙΚΕΣ



φροντιστήρια
ΠΟΥΚΑΜΙΣΑΣ

ΚΕΝΤΡΙΚΑ ΓΡΑΦΕΙΑ FRANCHISE

Σωτήρος & Αθικιβιάδου 132, Πειραιάς
Τηλ.: 210 4112507, e-mail: info@poukamisas.gr

www.poukamisas.gr