ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

& ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)

ΝΕΟ & ΠΑΛΑΙΟ ΣΥΣΤΗΜΑ

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: *20 / 05 /2016*

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ. 150 - 151

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ. 87

Α3. Σχολικό βιβλίο σελ. 14

Α4. i) Σ ii) Λ iii) Σ iv) Σ v) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έχουμε $f(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1,\ x\in\mathbb{R}$

Παραγωγίζουμε τη f και έχουμε:

$f'(x)=\left(\frac{x^3}{3}-\frac{5}{2}x^2+6x-1\right)'=3\frac{x^2}{3}-2\frac{5}{2}x+6=x^2-5x+6$.Επομένως :

$f'(x)=x^2-5x+6$ με $x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-5x+6=0$ με τη βοήθεια της διακρίνουσας υπολογίζουμε τις

ρίζες: $\Delta=25-24=1$ άρα $x_{1,2}=\frac{5\pm1}{2}\Leftrightarrow\boxed{x=3}$ ή $\boxed{x=2}$

Ο πίνακας μεταβολών της f είναι:

x	$-\infty$	2		3		$+\infty$
f'	+	0	-	0	+	
f	↗		↘		↗	

- Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $\Delta_1 = \left(-\infty, 2\right]$, γνησίως φθίνουσα στο $\Delta_2 = \left[2, 3\right]$, γνησίως αύξουσα στο $\Delta_3 = \left[3, +\infty\right)$.
- Η f παρουσιάζει τοπ.μέγιστο στο $x_1 = 2$ με τιμή $f\left(2\right) = \frac{11}{3}$
- Η f παρουσιάζει τοπ. ελάχιστο στο $x_2 = 3$ με τιμή $f\left(3\right) = \frac{7}{2}$

Β2. Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι της μορφής: $y = \lambda x + \beta$

Ξέρουμε ότι: $\lambda = f'\left(0\right) = 6$ καθώς και ότι $f\left(0\right) = -1$

Άρα έχουμε $y = 6x + \beta$, το σημείο Α επαληθεύει την ευθεία επομένως έχουμε:

$f\left(0\right) = 6 \cdot 0 + \beta \Leftrightarrow \boxed{\beta = -1}$

Άρα $y = 6x - 1$

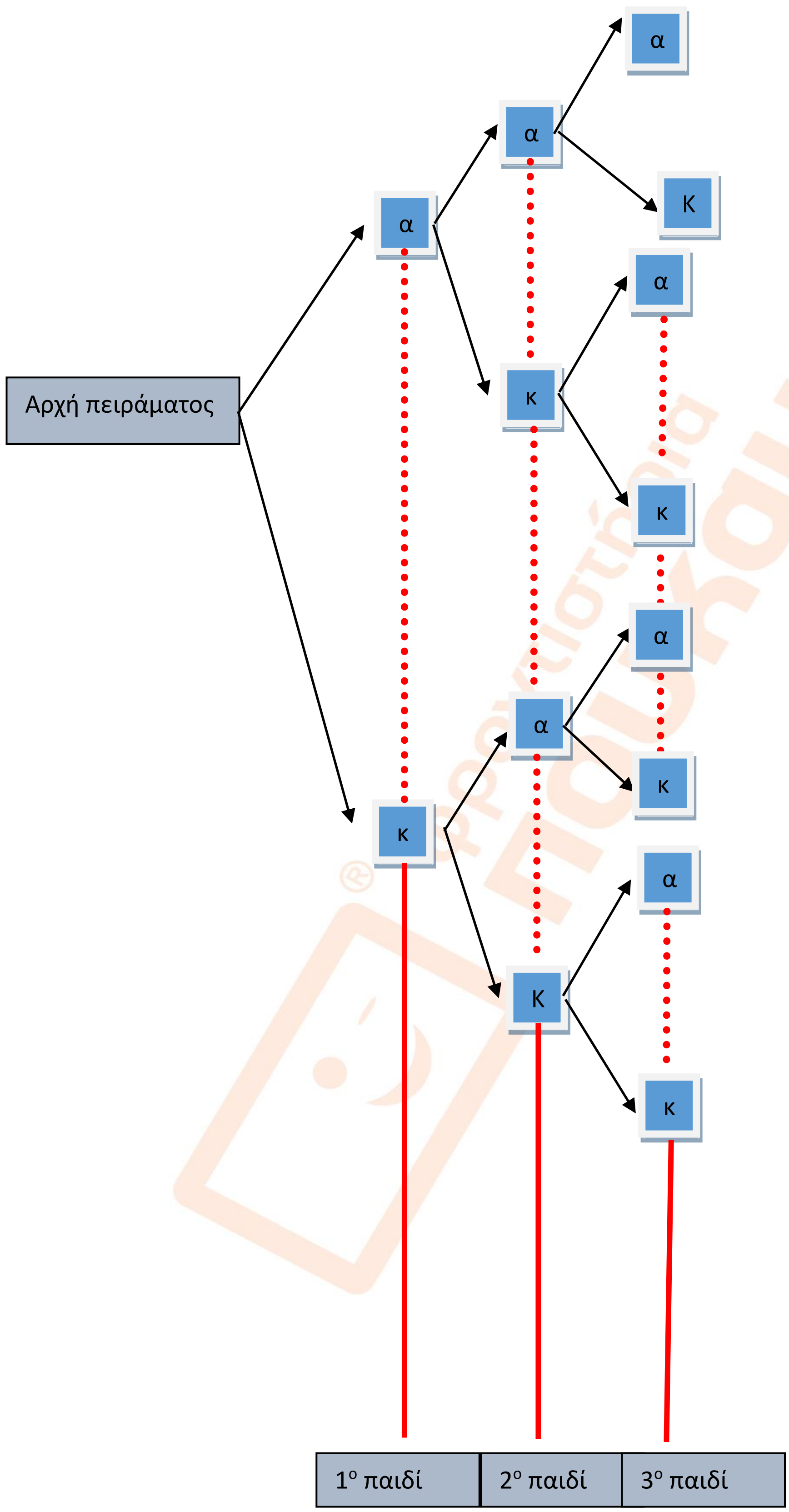
Β3. Είναι

$$\lim_{x \to -1} \frac{f'\left(x\right) - 12}{x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x + 6 - 12}{x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{x^2 - 5x - 6}{x + 1} = \lim_{x \to -1} \frac{\left(x + 1\right)\left(x - 6\right)}{x + 1} =$$

$$= \lim_{x \to -1} \left(x - 6\right) = -7$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Για να προσδιορίσουμε τον δειγματικό χώρο θα χρησιμοποιήσουμε ένα δεντροδιάγραμμα:



Γ$_2$. Ο δειγματικός χώρος:

Ω={ααα, αακ, ακα, ακκ, καα, κακ, κκα, κκκ}

Το ενδεχόμενο Α είναι: Α={καα, κακ, κκα, κκκ}

Το ενδεχόμενο Β είναι: Β={ακκ, κακ, κκα, κκκ}

Το ενδεχόμενο Γ είναι: Γ={ααα, αακ, κκα, κκκ}

Γ$_3$.α) $\Delta = A \cap B = \{\kappa\alpha\kappa, \kappa\kappa\alpha, \kappa\kappa\kappa\}$

$$E = A \cup B = \{\kappa\alpha\kappa, \kappa\kappa\alpha, \kappa\kappa\kappa, \kappa\alpha\alpha, \alpha\kappa\kappa\}$$

$$Z = \Gamma - E = \{\alpha\alpha\alpha, \alpha\alpha\kappa\}$$

Τα ενδεχόμενα είναι ισοπίθανα συνεπώς για τις αντίστοιχες πιθανότητες έχουμε:

$$P(\Delta) = \frac{N(\Delta)}{N(\Omega)} = \frac{3}{8}$$

$$P(E) = \frac{N(E)}{N(\Omega)} = \frac{5}{8}$$

$$P(Z) = \frac{N(Z)}{N(\Omega)} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

β) $P(H) = P\left((A \cup B)'\right) = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(E) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8}$

$$P(\Theta) = P\left((A - B) \cup (B - A)\right) \overset{(A-B),(B-A)\ \alpha\sigma\upsilon\mu\beta\iota\beta\alpha\sigma\tau\alpha}{=} P(A - B) + P(B - A) =$$

$$= P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) =$$

$$= P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B) = P(A \cup B) - P(A \cap B) =$$

$$= P(E) - P(\Delta) = \frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Έστω $c > 0$ το πλάτος της κάθε κλάσης , τότε θα είναι για την δεύτερη κλάση

$[8+c, 8+2c)$ και για κάθε κλάση $[\alpha, \beta)$ ισχύει για το κέντρο ότι: $x_i = \dfrac{\alpha+\beta}{2}$

επομένως : $x_2 = \dfrac{8+c+8+2c}{2} = 14 \Leftrightarrow 16+3c = 28 \Leftrightarrow 3c = 12 \Leftrightarrow c = 4$

Δ2. $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} \Leftrightarrow \bar{x} = \dfrac{10\cdot 20 + 14\cdot 15 + 18\cdot 10 + 22v_4}{45+v_4} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow 14 = \frac{10\cdot 20 + 14\cdot 15 + 18\cdot 10 + 22v_4}{45+v_4} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 14\cdot(45+v_4) = 590 + 22v_4 \Leftrightarrow 630 + 14v_4 = 590 + 22v_4 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow 8v_4 = 40 \Leftrightarrow v_4 = \frac{40}{8} = 5 \Leftrightarrow v_4 = 5$$

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i
[8,12)	10	20
[12,16)	14	15
[16,20)	18	10
[24,28)	22	5
ΣΥΝΟΛΟ		$v = 50$

Δ3. Οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες άρα στην κλάση [8,12) που περιέχονται $v = 20$ παρατηρήσεις από [8-9) θα περιέχονται το $\frac{1}{4}$ του 20 δηλαδή 5 παρατηρήσεις. Επομένως πάνω από 9 λεπτά χρειάστηκαν

$$\frac{3}{4}v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = \frac{3}{4}20 + 15 + 10 + 5 = 45 \text{ υπολογιστές}$$

Δ4. Για την τυπική απόκλιση ισχύει : $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot v_i}{v} =$

$$= \frac{(10-14)^2 \cdot 20 + (14-14)^2 \cdot 20 + (18-14)^2 \cdot 20 + (22-14)^2 \cdot 20}{50} \Leftrightarrow$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot v_i}{v} = \frac{800}{50} = 16 \text{ άρα } s = 4$$

Από τον συντελεστή μεταβλητότητας έχουμε :

$$CV_x = \frac{s}{|\bar{x}|} = \frac{4}{14} \simeq 0,28 > 0,1 \text{ ή } \left(28\% > 10\%\right)$$

Άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

Δ5. Έστω ο αρχικός χρόνος x_i και ο τελικός χρόνος y_i. Ο χρόνος κάθε υπολογιστή θα πολλαπλασιαστεί με 0,8 συνεπώς από βασική εφαρμογή του σχολικού θα ισχύει :

$$\bar{y} = 0,8 \cdot \bar{x}$$

$$S_y = |0,8| \cdot S_x = 0,8 \cdot S_x$$

$$CV_y = \frac{S_y}{|\bar{y}|} = \frac{0,8 \cdot 5s_x}{0,8\bar{x}} = \frac{5s_x}{\bar{x}} = CV_x$$

Το CV παραμένει αμετάβλητο συνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.