

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**& ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ**  
**ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)**

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:

30 / 05 / 2014

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: *Μαθηματικά & Στοιχεία Στατιστικής*

**ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ**  
**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1:** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 30

**A2:** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 13

**A3:** Θεωρία σχολικού βιβλίου σελ. 59

**A4:** α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Λ ε) Σ

**ΘΕΜΑ Β**

**B<sub>1</sub>.** Ο αριθμός των πωλητών είναι:  $v = v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 12 + 8 + 14 + 6 = 40$

**B<sub>2</sub>.**

Κλάσεις	$x_i$	$v_i$	$f_i$
[2,4)	3	12	0,3
[4,6)	5	8	0,2
[6,8)	7	14	0,35
[8,10)	9	6	0,15
Σύνολο		40	1

Από τον τύπο  $f_i = \frac{v_i}{v}$   $i = 1,2,3,4$  προκύπτει ότι:  $f_1 = 0,3$ ,  $f_2 = 0,2$ ,  $f_3 = 0,35$ ,  $f_4 = 0,15$

$$\mathbf{B}_3. \alpha) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{3 \cdot 12 + 5 \cdot 8 + 7 \cdot 14 + 9 \cdot 16}{40} = \frac{36 + 40 + 98 + 54}{40} = \frac{228}{40} = 5,7 \text{ χιλιάδες ευρώ}$$

$$\beta) x \geq 4,5$$

$$[4 - 6) c_1 = 6 - 4 = 2 \rightarrow 8$$

$$\frac{2}{1,5} = \frac{8}{x} \Leftrightarrow x = 1,5 \cdot 4 = 6$$

$$[4,5 - 6) c_2 = 6 - 4,5 = 1,5 \rightarrow x$$

$$\text{Πλήθος πωλητών} = 6 + 14 + 6 = 26 \text{ πωλητές}$$

### ΘΕΜΑ Γ

$\Gamma_1.$  Υπολογίζουμε την παράγωγο της  $f$ ,  $f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$

$$\Delta = 49 - 48 = 1 > 0$$

Επομένως οι δυο ρίζες της εξίσωσης είναι:  $x_{1,2} = \frac{7 \pm 1}{24} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1}{4} \\ x_2 = \frac{1}{3} \end{cases}$

Έχουμε ότι  $x_1 < x_2$  επομένως  $P(K) = x_1 = \frac{1}{4}$ ,  $P(A) = x_2 = \frac{1}{3}$

$$P(\Pi) = 1 - \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{5}{12}$$

Τα ενδεχόμενα  $A, K, \Pi$  είναι ανά δυο ξένα μεταξύ τους

$\Gamma_2.$   $P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{7}{12}$  αφού  $A, K$  : ξένα ενδεχόμενα

$$P(\Delta) = P[(K \cup A)'] = P(\Pi) = \frac{5}{12}$$

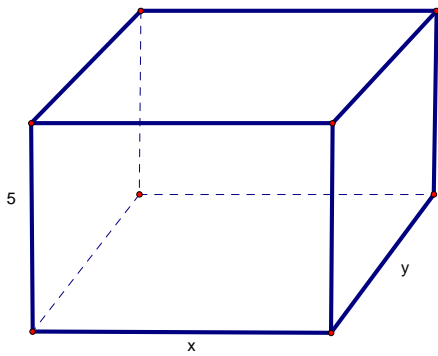
$$P(A \cup \Pi') = P(A) + P(\Pi') - P(A \cap \Pi') = P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A - \Pi) =$$

$$P(A) + 1 - P(\Pi) - P(A) = 1 - P(\Pi) = 1 - \frac{5}{12} = \frac{7}{12}$$

$\Gamma_3.$   $N(A) = N(\Pi) - 4 \Leftrightarrow \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{N(\Pi) - 4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow P(A) = P(\Pi) - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{4}{12} = \frac{5}{12} - \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{12} = \frac{4}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \boxed{N(\Omega) = 48}$$

## ΘΕΜΑ Δ





$$\Delta_1. \Pi = 2x + 2y \Leftrightarrow 2x + 2y = 20 \Leftrightarrow x + y = 10 \Leftrightarrow \boxed{y = 10 - x}, \quad 0 < x < 10$$

$$E = 2 \cdot 5x + 2 \cdot 5y + xy = 10x + 10(10 - x) + x(10 - x) = -x^2 + 10x + 100, \quad \text{με } 0 < x < 10$$

$$\text{Επομένως έχουμε: } E(x) = -x^2 + 10x + 100, \quad 0 < x < 10$$

$$E'(x) = -2x + 10, \quad 0 < x < 10$$

$$E'(x) = 0 \Leftrightarrow \boxed{x = 5}$$

x	0	5	10
E'		+	-
E			

Η επιφάνεια μεγιστοποιείται για  $x=5$

**Δ2. α)**  $2s^2 - 5s + 2 = 0$  λύνουμε την εξίσωση με τη βοήθεια της διακρίνουσας

$$\Delta = 25 - 16 = 9 \text{ επομένως οι δυο ρίζες είναι: } s_{1,2} = \frac{5 \pm 3}{4} = \begin{cases} s_1 = 2 \\ s_2 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Το δείγμα δεν είναι ομοιογενές συνεπώς θα πρέπει:  $C.V > 0,1 \Leftrightarrow \frac{s}{|\bar{x}|} > 0,1 \Leftrightarrow s > 0,8$

Άρα θα πρέπει:  $s = 2$  διότι  $s = \frac{1}{2} < 0,8$  απορρίπτεται.

β)

$$s^2 = \frac{1}{v} \left( \sum_{i=1}^v x_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^v x_i \right)^2}{v} \right) = \frac{\sum_{i=1}^v x_i^2}{v} - \frac{\left( \sum_{i=1}^v x_i \right)^2}{v^2} = \frac{\sum_{i=1}^v x_i^2}{v} - \left( \frac{\sum_{i=1}^v x_i}{v} \right)^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \Leftrightarrow \overline{x^2} = s^2 + \bar{x}^2 \Leftrightarrow$$

$$\overline{x^2} = 2^2 + 8^2 \Leftrightarrow \overline{x^2} = 68 \text{ άρα η μέση τιμή των τετραγώνων είναι: } 68.$$

Δ<sub>3</sub>. Στο διάστημα [5,9] η συνάρτηση είναι γνησίως φθίνουσα επομένως

$$x_1 < x_{15} \Leftrightarrow E(x_1) > E(x_{15})$$

$$y_{15} = E(x_{15}) = -9^2 + 10 \cdot 9 + 100 = 109$$

$$y_1 = E(x_1) = -5^2 + 10 \cdot 5 + 100 = 125$$

$$\text{Επομένως } R = y_1 - y_{15} = 16$$

$$y_i > -4x_i + 9 \cdot 16 + 1 \Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145 \Leftrightarrow x_i^2 - 14x_i + 45 < 0$$

$x_i$	0	5	9	10
$x_i^2 - 14x_i + 45$		+	-	+

Επομένως έχουμε :  $5 < x_i < 9$ , άρα το ενδεχόμενο B αποτελείται από τα

$$B = \{A_i(x_i, y_i) : i = 2, 3, 4, \dots, 14\}$$

$$\text{Συνεπώς } P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}$$