



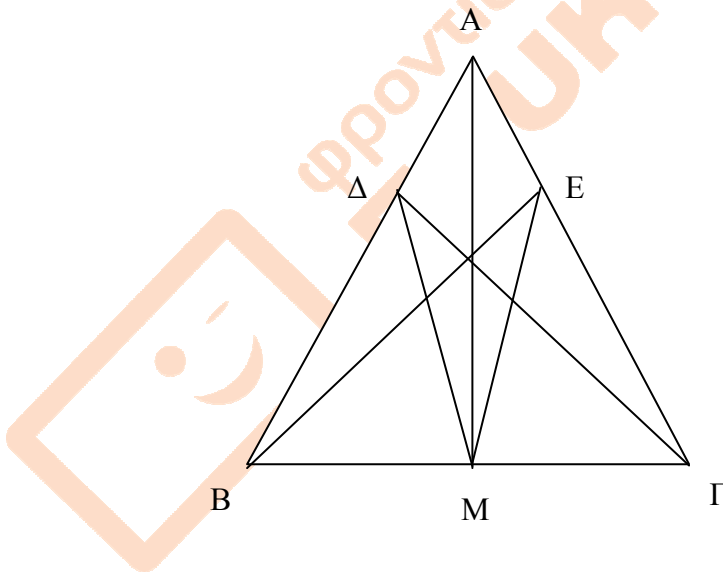
ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΕΙΡΑ:	1 ^η
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	27/11/2011

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Θεώρημα 3, σελίδα 46 το αντίστροφο.
B. Σκαληνό, Ισόπλευρο, Ισοσκελές.
Γ. i. Σ, ii. Λ, iii. Λ, iv. Σ, v. Λ

ΘΕΜΑ 2^ο



α) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα $\triangle ADM$ και $\triangle AEM$:

- $AD = AE$ (υπόθεση)
- AM κοινή πλευρά
- $\hat{\Delta AM} = \hat{MAE}$ (η AM είναι διάμεσος και διχοτόμος)

Από κριτήριο Π-Γ-Π, προκύπτει ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

β) $\hat{\Delta MA} = \hat{EMA}$, ως γωνίες ίσων τριγώνων (ερώτημα α) που βρίσκονται απέναντι από ίσες πλευρές.





γ) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΔΜ και ΓΜΕ:

- ο $BM = MG$ (M μέσο της ΒΓ)
- ο $\Delta B = AB - A\Delta = A\Gamma - A\epsilon = \epsilon\Gamma$
- ο $\hat{\Delta}BM = M\hat{\Gamma}E$ (προσκειμένες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου)

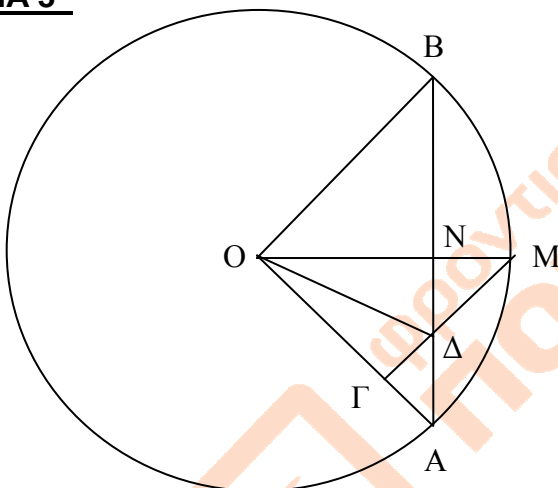
Από κριτήριο Π-Γ-Π, προκύπτει ότι τα τρίγωνα είναι ίσα.

δ) Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΒΔΓ και ΒΓΕ:

- ο $\Delta B = \epsilon\Gamma$ (ερώτημα γ)
- ο ΒΓ κοινή πλευρά
- ο $\hat{\Delta}BM = M\hat{\Gamma}E$ (προσκειμένες γωνίες στη βάση ισοσκελούς τριγώνου)

Από κριτήριο Π-Γ-Π, προκύπτει ότι τα τρίγωνα είναι ίσα, άρα $BE = \Gamma\Delta$

ΘΕΜΑ 3^ο



α) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΜΓ και ΟΝΑ

- ο $OA = OM$ (ως ακτίνες)
- ο $\hat{A}OM$ κοινή γωνία

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα και $MG = AN = \frac{AB}{2}$ (ON απόστημα χορδής AB, άρα N μέσο της AB)

β) Συγκρίνουμε τα ορθογώνια τρίγωνα ΟΔΓ και ΟΔΝ:

- ο $OG = ON$ (από την ισότητα των τριγώνων ΟΜΓ και ΟΝΑ)
- ο ΟΔ κοινή πλευρά

Άρα τα τρίγωνα είναι ίσα και $\hat{\Gamma}OD = \hat{\Delta}ON$

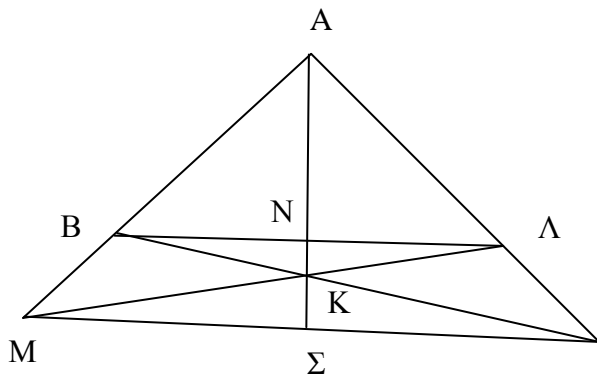




- γ) Το Μ είναι το μέσο του τόξου ΑΒ, επομένως $AM = MB$ και $NM = OM - ON = OA - OG = GA$

ΘΕΜΑ 4^ο

ΥΠΟΘΕΣΗ: ΑΚ διχοτόμος, άρα $\widehat{B\hat{A}K} = \widehat{K\hat{A}\Gamma}$ και $AB = AL$



- α) Αφού $AB = AL$ από κατασκευή, τότε το τρίγωνο ΑΒΛ είναι ισοσκελές.
- β) Τα τρίγωνα ΑΒΚ και ΑΚΛ είναι ίσα από το ΠΓΠ γιατί : $\widehat{B\hat{A}K} = \widehat{K\hat{A}\Gamma}$ (Υ), $AB = AL$ (Υ) και ΑΚ κοινή. Άρα $BK = KL$ και $\widehat{A\hat{B}K} = \widehat{A\hat{L}K}$
- γ) Το τρίγωνο ΑΒΛ είναι ισοσκελές και αφού η ΑΝ είναι διχοτόμος θα είναι και ύψος και διάμεσος.
- δ) Τα τρίγωνα ΒΜΚ και ΓΚΛ είναι ίσα από το ΓΠΓ γιατί : $\widehat{B\hat{K}M} = \widehat{L\hat{K}\Gamma}$ (κατακορυφήν) , $KB = KL$ (από β ερώτημα) και $\widehat{K\hat{B}M} = \widehat{K\hat{L}\Gamma}$ (παραπληρωματικές ίσων γωνιών). Άρα $BM = L\Gamma$
- ε) $AM = AB + BM$
 $A\Gamma = AL + L\Gamma$, οπότε $AM = A\Gamma$, άρα το τρίγωνο ΑΜΓ είναι ισοσκελές.
Η ΑΚ είναι διχοτόμος, άρα θα είναι και ύψος και διάμεσος, δηλαδή θα διέρχεται από το μέσο του ΜΓ.

