ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	**20/11/11**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελ. 183 -184 **Β. α** (Σ), **β** (Σ), **γ** (Λ), **δ** (Λ), **ε** (Σ)

ΘΕΜΑ 2ο

α. Από το Πυθαγόρειο Θεώρημα στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε

$$Α Γ^2 = ΒΓ^2 - ΑΒ^2 \Leftrightarrow ΑΓ^2 = 25 - 9 \Leftrightarrow ΑΓ^2 = 16, \text{ δηλ. } ΑΓ = 4$$

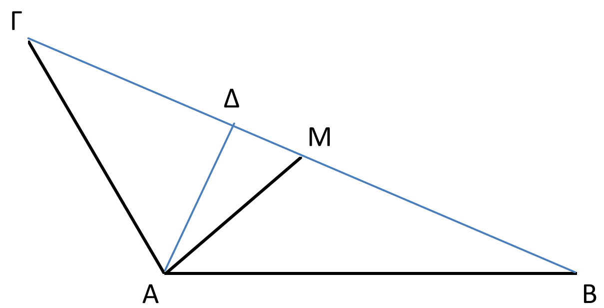
β. Ισχύει ότι $ΒΓ \cdot υ_α = ΑΒ \cdot ΑΓ \Leftrightarrow υ_α = \dfrac{ΑΒ \cdot ΑΓ}{ΒΓ}$, δηλ. $υ_α = \dfrac{3 \cdot 4}{5} = \dfrac{12}{5}$

γ. Αν ΑΔ είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην πλευρά ΒΓ τότε:

$$ΑΒ^2 = ΒΔ \cdot ΒΓ \Leftrightarrow ΒΔ = \frac{ΑΒ^2}{ΒΓ} = \frac{9}{5} \text{ και}$$

$$ΑΓ^2 = ΓΔ \cdot ΒΓ \Leftrightarrow ΓΔ = \frac{ΑΓ^2}{ΒΓ} = \frac{16}{5} \text{ ή αλλιώς } ΓΔ = ΒΓ - ΒΔ = 5 - \frac{9}{5} = \frac{16}{5}$$

ΘΕΜΑ 3ο



α. Από νόμο συνημιτόνων στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε :

$$α^2 = β^2 + γ^2 - 2β \cdot γ \cdot συνΑ \Leftrightarrow α^2 = 3^2 + 5^2 - 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot συν120^\circ$$

$$α^2 = 34 - 30 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow α^2 = 49, \text{ οπότε } α = 7$$

β. Από $1^{ο}$ Θ. διαμέσων στο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε:

$$\mu_\alpha{}^2 = \frac{2\beta^2 + 2\gamma^2 - \alpha^2}{4} = \frac{2\cdot 3^2 + 2\cdot 5^2 - 7^2}{4} = \frac{19}{4}, \text{ οπότε } \mu_\alpha = \frac{\sqrt{19}}{2}$$

γ. Αν ΑΔ το ύψος στην ΒΓ και $AM = \mu_\alpha$, τότε από $2^{ο}$ Θ. διαμέσων

$$\gamma^2 - \beta^2 = 2\cdot\alpha\cdot M\Delta \Leftrightarrow M\Delta = \frac{\gamma^2 - \beta^2}{2\cdot\alpha} = \frac{5^2 - 3^2}{2\cdot 7} = \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

ΘΕΜΑ $4^{ο}$

α. Έχουμε $\alpha = \kappa$, $\beta = \frac{\kappa}{2}$, $\gamma = \frac{3\kappa}{5}$ **,** οπότε $\alpha > \gamma > \beta$

Ελέγχουμε αν ισχύει η τριγωνική ανισότητα για τη μεγαλύτερη πλευρά α
$\gamma - \beta < \alpha < \beta + \gamma$

$$\frac{3\kappa}{5} - \frac{\kappa}{2} < \kappa < \frac{3\kappa}{5} + \frac{\kappa}{2}$$

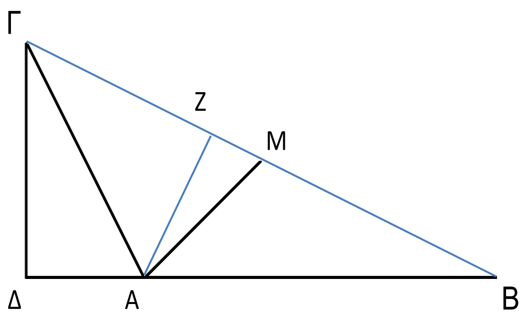
$\frac{\kappa}{10} < \kappa < \frac{11\kappa}{10}$, που ισχύει για κάθε $\kappa \in \mathbb{R}_+^*$

Συνεπώς υπάρχει τρίγωνο με πλευρές $\alpha = \kappa$, $\beta = \frac{\kappa}{2}$, $\gamma = \frac{3\kappa}{5}$

β. Έχουμε $\alpha = \kappa$, $\beta = \frac{\kappa}{2}$, $\gamma = \frac{3\kappa}{5}$, οπότε $\alpha > \gamma > \beta$

Είναι $\beta^2 + \gamma^2 = \left(\frac{\kappa}{2}\right)^2 + \left(\frac{3\kappa}{5}\right)^2 = \frac{\kappa^2}{4} + \frac{9\kappa^2}{25} = \frac{61\kappa^2}{100} < \kappa^2 = \alpha^2$

Επομένως $\alpha^2 > \beta^2 + \gamma^2 \Leftrightarrow \hat{A} > 90^\circ$



γ. Από Θεώρημα αμβλείας γωνίας στο τρίγωνο ΑΒΓ $\left(\hat{A} > 90^\circ\right)$ έχουμε:

$$B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2 + 2AB\cdot A\Delta \Leftrightarrow \kappa^2 = \frac{61\kappa^2}{100} + 2\cdot\frac{3\kappa}{5}\cdot A\Delta$$

$$\Leftrightarrow \frac{39\kappa^2}{120} = \kappa\cdot A\Delta \Leftrightarrow A\Delta = \frac{13\kappa}{40}$$

δ. Αν ΑΖ το ύψος στην ΒΓ και $AM = \mu_\alpha$, τότε από 2^o Θ.διαμέσων

$$\gamma^2 - \beta^2 = 2\cdot\alpha\cdot MZ \Leftrightarrow MZ = \frac{\frac{9\kappa^2}{25} - \frac{\kappa^2}{4}}{2\cdot\kappa} = \frac{\frac{11\kappa^2}{100}}{2\kappa} = \frac{11\kappa}{200}$$