ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΑΛΓΕΒΡΑ/Α΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΣΕΙΡΑ:	**1η**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	**18/12/2011**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Απόδειξη 1 σελ. 62 σχολικού βιβλίου

Β. Ορισμός σελ. 61 σχολικού βιβλίου. Αν με Α παριστάνεται ο αριθμός α πάνω στον οριζόντιο άξονα, τότε το $|\alpha|$ εκφράζει την απόσταση του Α από την αρχή των αξόνων.

Γ. **α** (Σ), **β** (Σ), **γ** (Λ), **δ** (Λ), **ε** (Σ)

ΘΕΜΑ 2ο

α) Για να ορίζεται η παράσταση Α θα πρέπει : $x^3-16x\neq 0$ (1)

Έστω $x^3-16x=0 \Leftrightarrow x(x^2-16)=0 \Leftrightarrow x(x-4)(x+4)=0$, οπότε :

$x=0$ ή $x=4$ ή $x=-4$

Επομένως για να ισχύει η (1) θα πρέπει : $x\neq 0$ και $x\neq 4$ και $x\neq -4$

Άρα η παράσταση Α ορίζεται για $x\in\mathbb{R}\setminus\{-4,0,4\}$

β) $$A=\frac{x^4+4x^3-16x^2-64x}{x^3-16x}=\frac{x^3(x+4)-16x(x+4)}{x(x^2-16)}=\frac{(x^3-16x)(x+4)}{x(x^2-16)}=$$

$$=\frac{x(x^2-16)(x+4)}{x(x^2-16)}=x+4$$

γ) Είναι : $x=(-1)^{2011}-(-1)^{2012}=-1-(+1)=-1-1=-2$, οπότε για $x=-2$, $A=-2+4=2$

δ) $|A|=17 \Leftrightarrow |x+4|=17 \Leftrightarrow x+4=17$ ή $x+4=-17$, οπότε $x=13$ ή $x=-21$

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Είναι : $x^2-3y>x(y-3) \Leftrightarrow x^2-3y>xy-3x \Leftrightarrow x^2-3y-xy+3x>0 \Leftrightarrow$

$x(x-y)+3(x-y)>0 \Leftrightarrow (x-y)(x+3)>0$ που ισχύει διότι οι $x-y$, $x+3$ είναι ομόσημοι αφού:

$x<-3 \Leftrightarrow x+3<0$ και $x<y \Leftrightarrow x-y<0$

Β. α) Είναι : $K = 2 - d(x,-1) = 2 - |x+1|$

β) • Αν $x+1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq -1$, τότε θα είναι $|x+1| = x+1$, οπότε: $K = 2-(x+1) = 2-x-1 = 1-x$

• Αν $x+1<0 \Leftrightarrow x<-1$, τότε θα είναι $|x+1| = -(x+1) = -x-1$, οπότε:

$K = 2-(-x-1) = 2+x+1 = x+3$

Επομένως: $K = \begin{cases} x+3 \ , \ x<-1 \\ 1-x \ \ , \ x \geq -1 \end{cases}$

γ) $K = \dfrac{|x+1|}{2} \Leftrightarrow 2-|x+1| = \dfrac{|x+1|}{2} \Leftrightarrow 4-2|x+1| = |x+1| \Leftrightarrow 4 = 3|x+1| \Leftrightarrow |x+1| = \dfrac{4}{3} \Leftrightarrow$

$x+1 = \dfrac{4}{3}$ ή $x+1 = -\dfrac{4}{3}$, οπότε: $x = \dfrac{1}{3}$ ή $x = -\dfrac{7}{3}$

ΘΕΜΑ 4^o

α) $\kappa = \dfrac{\sqrt{80}-\sqrt{20}+\sqrt{45}}{\sqrt{180}-5\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{16\cdot5}-\sqrt{4\cdot5}+\sqrt{9\cdot5}}{\sqrt{36\cdot5}-5\sqrt{5}} = \dfrac{4\sqrt{5}-2\sqrt{5}+3\sqrt{5}}{6\sqrt{5}-5\sqrt{5}} = \dfrac{5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = 5$

$\lambda = \sqrt{7}\cdot\sqrt{3+\sqrt{2}}\cdot\sqrt{3-\sqrt{2}} = \sqrt{7}\cdot\sqrt{\left(3+\sqrt{2}\right)\cdot\left(3-\sqrt{2}\right)} = \sqrt{7}\cdot\sqrt{3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2} =$

$\sqrt{7}\cdot\sqrt{9-2} = \sqrt{7}\cdot\sqrt{7} = 7$

β) $\dfrac{\sqrt{\kappa}}{\sqrt{\kappa}-\sqrt{\lambda}} - \dfrac{\sqrt{\lambda}}{\sqrt{\kappa}+\sqrt{\lambda}} = \dfrac{\sqrt{\kappa}\left(\sqrt{\kappa}+\sqrt{\lambda}\right)}{\left(\sqrt{\kappa}-\sqrt{\lambda}\right)\left(\sqrt{\kappa}+\sqrt{\lambda}\right)} - \dfrac{\sqrt{\lambda}\left(\sqrt{\kappa}-\sqrt{\lambda}\right)}{\left(\sqrt{\kappa}-\sqrt{\lambda}\right)\left(\sqrt{\kappa}+\sqrt{\lambda}\right)} =$

$\dfrac{\left(\sqrt{\kappa}\right)^2+\sqrt{\kappa}\sqrt{\lambda}-\sqrt{\kappa}\sqrt{\lambda}+\left(\sqrt{\lambda}\right)^2}{\left(\sqrt{\kappa}-\sqrt{\lambda}\right)\left(\sqrt{\kappa}+\sqrt{\lambda}\right)} = \dfrac{\kappa+\lambda}{\left(\sqrt{\kappa}\right)^2-\left(\sqrt{\lambda}\right)^2} = \dfrac{\kappa+\lambda}{\kappa-\lambda} = \dfrac{5+7}{5-7} = \dfrac{12}{-2} = -6$

γ) $\sqrt{x^2-10x+\kappa^2} = |2x-\kappa-\lambda| \Leftrightarrow \sqrt{x^2-10x+25} = |2x-5-7| \Leftrightarrow \sqrt{(x-5)^2} = |2x-12| \Leftrightarrow$

$|x-5| = |2x-12| \Leftrightarrow x-5 = 2x-12 \ (1)$ ή $x-5 = -2x+12 \ (2)$

Η σχέση (1) δίνει $x-2x = 5-12 \Leftrightarrow -x = -7 \Leftrightarrow x = 7$

Η σχέση (2) δίνει $x+2x = 5+12 \Leftrightarrow 3x = 17 \Leftrightarrow x = \dfrac{17}{3}$