

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΟΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Γ΄ΕΠΑΛ

ΘΕΜΑ 1^ο

- A) Σελ. 65 σχολικού βιβλίου : ορισμός 3
 B) Σελ. 60 σχολικού βιβλίου
 Γ) α) Λάθος, β) Σωστό, γ) Σωστό, δ) Λάθος, ε) Λάθος

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Σε αύξουσα σειρά οι τιμές x_i είναι: 2, 4, 4, 8, 8, 10

Η διάμεσος ισούται με το ημίαθροισμα των δυο μεσαίων : $\delta = \frac{4+8}{2} = 6$

Η μέση τιμή είναι : $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6}{6} = \frac{2+4+8+4+10+8}{6} = \frac{36}{6} = 6$

Η διακύμανση είναι :

$$s_x^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_6 - \bar{x})^2}{6}$$

$$\frac{(2-6)^2 + (4-6)^2 + (8-6)^2 + (4-6)^2 + (10-6)^2 + (8-6)^2}{6}$$

$$\frac{16+4+4+4+16+4}{6} = \frac{48}{6} = 8$$

- B) Οι τιμές της μεταβλητής Y είναι : $y_1 = 8 - 2 = 6$, $y_2 = 10 - 8 = 2$, $y_3 = 8 - 2 = 6$,

$$y_4 = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2, \quad y_5 = 4, \quad y_6 = 2 \cdot 4 - 4 = 4$$

- α) Σε αύξουσα σειρά οι τιμές y_i είναι : 2, 2, 4, 4, 6, 6 οπότε η διάμεσος είναι :

$$\delta = \frac{4+4}{2} = 4$$

Η μέση τιμή είναι : $\bar{y} = \frac{y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6}{6} = \frac{6+2+6+2+4+4}{6} = \frac{24}{6} = 4$

- β) Θα υπολογίσουμε τους συντελεστές μεταβλητότητας των τιμών των X και Y

$$\text{Είναι } s_x = \sqrt{s_x^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2} \approx 2,8 \text{ οπότε } CV_x = \frac{s_x}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{2,8}{6} \cdot 100\% = \frac{280}{6}\% \approx 46,7\%$$

$$s_y^2 = \frac{(y_1 - \bar{y})^2 + (y_2 - \bar{y})^2 + \dots + (y_6 - \bar{y})^2}{6} =$$

$$\frac{(6-4)^2 + (2-4)^2 + (6-4)^2 + (2-4)^2 + (4-4)^2 + (4-4)^2}{6} =$$

$$\frac{4+4+4+4+0+0}{6} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3}$$

Άρα : $s_y = \sqrt{s_y^2} = \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \approx 1,65$, οπότε

$$CV_y = \frac{s_y}{\bar{y}} \cdot 100\% = \frac{1,65}{4} \cdot 100\% = \frac{165}{4}\% = 41,25\%$$

Είναι $CV_x > CV_y$ επομένως οι τιμές της μεταβλητής Y είναι περισσότερο ομοιογενείς από αυτές της μεταβλητής X

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Οι κεντρικές τιμές κάθε κλάσης προκύπτουν από το ημίαθροισμα των άκρων της κλάσης

δηλ. $x_1 = \frac{-8 + (-6)}{2} = -7$, $x_2 = \frac{-6 + (-4)}{2} = -5$... $x_7 = \frac{2 + 4}{2} = 3$

Οι συχνότητες v_i υπολογίζονται από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{v}$:

$$f_1 = \frac{v_1}{v} \Leftrightarrow 0,04 = \frac{v_1}{50} \Leftrightarrow v_1 = 2, \quad f_2 = \frac{v_2}{v} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{v_2}{50} \Leftrightarrow v_2 = 10 \dots f_7 = \frac{v_7}{v} \Leftrightarrow v_7 = 2$$

Επίσης

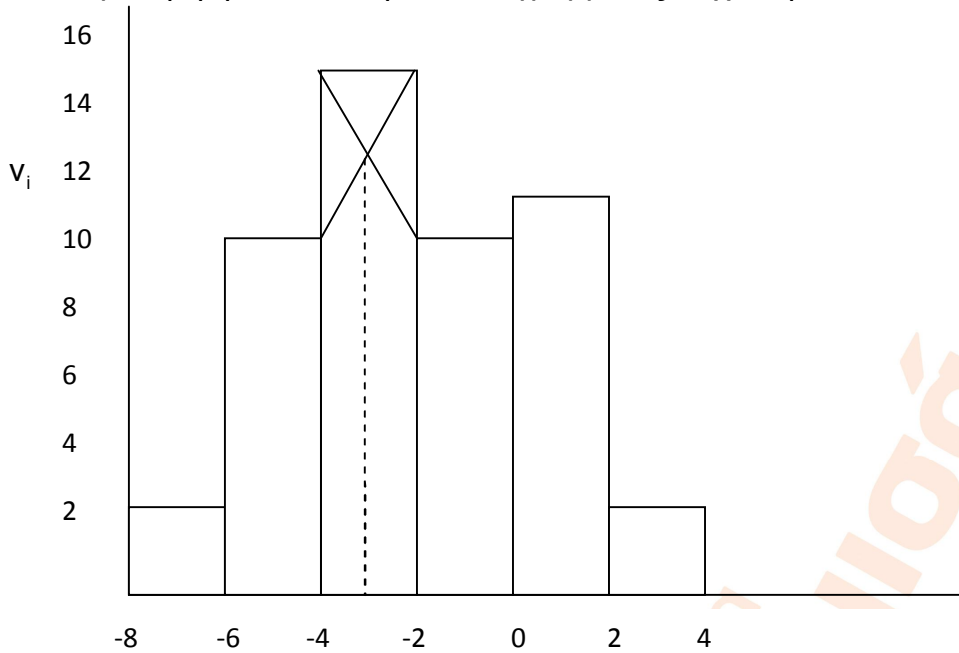
$$N_1 = v_1 = 2, \quad N_2 = N_1 + v_2 = 2 + 10 = 12, \quad N_3 = N_2 + v_3 = 12 + 15 = 27 \dots N_7 = 50$$

Κλάσεις	Κέντρο x_i	v_i	$x_i v_i$	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
$[-8, -6)$	-7	2	-14	4	2	4
$[-6, -4)$	-5	10	-50	20	12	24
$[-4, -2)$	-3	15	-45	30	27	54
$[-2, 0)$	-1	10	-10	20	37	74
$[0, 2)$	1	11	11	22	48	96
$[2, 4)$	3	2	6	4	50	100
ΣΥΝΟΛΟ		50	-102	100	---	---

B) Η μέση τιμή των θερμοκρασιών είναι : $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_7 v_7}{200} = \frac{-102}{50} = -2,04^\circ \text{C}$

Γ) Σε ομαδοποιημένη κατανομή, για να προσδιορίσουμε την επικρατούσα τιμή είναι

απαραίτητη η κατασκευή του ιστογράμματος συχνοτήτων.



Από το ιστόγραμμα συχνοτήτων προκύπτει ότι η επικρατούσα κλάση είναι η 3^η και η επικρατούσα τιμή είναι περίπου ίση με -3°C

- Δ) α)** Κάτω από 0 βαθμούς είχαμε $2+10+15+10=37$ ημέρες
β) -5 βαθμοί είναι το κέντρο της κλάσης $[-6,-4)$, οπότε θερμοκρασία από 6 βαθμούς και πάνω αντιστοιχεί σε ποσοστό: $\frac{1}{2} \cdot 20\% + 30\% + 20\% + 22\% + 4\% = 86\%$ των ημερών

ΘΕΜΑ 4^ο

- A)** Θεωρούμε ως x_i τη μεταβλητή που εκφράζει τον αριθμό των τηλεφωνικών κλήσεων που πραγματοποιήθηκαν, με τιμές $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 2, x_4 = 3, x_5 = 4$. Από τα δεδομένα μας είναι: $v_2 = 10$ (1), $v_3 = 4v_1$ (2) και $N_3 = 30 \Leftrightarrow v_1 + v_2 + v_3 = 30$ (3)
 Η (3) βάσει των (1) και (2) γίνεται: $v_1 + 10 + 4v_1 = 30 \Leftrightarrow 5v_1 = 20 \Leftrightarrow v_1 = 4$ οπότε και η (2) δίνει: $v_3 = 16$
 Για τη γωνία των 36° ισχύει: $36^{\circ} = f_1 \cdot 360^{\circ} \Leftrightarrow f_1 = 0,1$
 Είναι: $f_1 = \frac{v_1}{v} \Leftrightarrow 0,1 = \frac{4}{v} \Leftrightarrow v = \frac{4}{0,1} \Leftrightarrow v = 40$
 Το ποσοστό των συνδρομητών που έκανε 4 κλήσεις είναι 10% οπότε
 $f_5 = 0,1 \Leftrightarrow \frac{v_5}{40} = 0,1 \Leftrightarrow v_5 = 4$

$$v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 = 40 \Leftrightarrow 4 + 10 + 16 + v_4 + 4 = 40 \Leftrightarrow v_4 = 6$$

x_i	v_i	f_i	$f_i\%$	N_i	F_i	$F_i\%$	$x_i v_i$
0	4	0,10	10	4	0,10	10	0
1	10	0,25	25	14	0,35	35	10
2	16	0,40	40	30	0,75	75	32
3	6	0,15	15	36	0,90	90	18
4	4	0,10	10	40	1	100	16
ΣΥΝΟΛΟ	40	1	100	---	---	---	76

- Β)** Η επικρατούσα τιμή του δείγματος είναι το 2 (κλήσεις) διότι έχει τη μεγαλύτερη συχνότητα. Η διάμεσος του δείγματος θα προσδιοριστεί από το ημίαθροισμα της 20^{ης} και 21^{ης} από τις παρατηρήσεις καθώς το μέγεθος του δείγματος είναι άρτιος αριθμός. Έχουμε λοιπόν:

$$\delta = \frac{t_{20} + t_{21}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2 \text{ κλήσεις.}$$

- Γ)** Είναι $\bar{x} = \frac{x_1 v_1 + x_2 v_2 + \dots + x_5 v_5}{v} = \frac{76}{40} = 1,9$ κλήσεις.

Δ)

