



ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / Γ' ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
ΣΕΙΡΑ:	-
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	18/12/2011

ΛΥΣΕΙΣ

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. α) Σχολικό σελ.43

β) Σχολικό σελ.44

B. α) Λ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Σ

ΘΕΜΑ 2^ο

A. α) Σχολικό σελ. 190

β) Σχολικό σελ. 187

B. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Λ ε) Λ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. i) $4\alpha\beta^3 - 6\alpha^2\beta^2 = 2\alpha\beta^2(2\beta - 3\alpha)$

ii) $x^2 - x - yx + y + z - zx = x(x-1) - y(x-1) - z(x-1) = (x-1)(x-y-z)$

iii) $4\kappa^2 - 25 = (2\kappa)^2 - 5^2 = (2\kappa - 5)(2\kappa + 5)$

iv) $\omega^2 + 9\lambda^2 - 6\omega\lambda = \omega^2 - 2 \cdot \omega \cdot 3\lambda + (3\lambda)^2 = (\omega - 3\lambda)^2$





B. i) $EΚΠ = 60x^4y^3z$ και $ΜΚΔ = 3x^2y^2$

ii) $5κ - 5λ = 5(κ - λ)$

$$κ^2 - λ^2 = (κ - λ)(κ + λ)$$

$$κ^2 - 2κλ + λ^2 = (κ - λ)^2$$

Άρα: $EΚΠ = 5(κ - λ)^2(κ + λ)$ και $ΜΚΔ = κ - λ$

Γ. i) $(3α - 1)^2 = (3α)^2 - 2 \cdot 3α \cdot 1 + 1^2 = 9α^2 - 6α + 1$

ii) $(5x + 4)(4 - 5x) = 4^2 - (5x)^2 = 16 - 25x^2$

iii) $\left(y + \frac{2}{y}\right)^2 = y^2 + 2y \frac{2}{y} + \left(\frac{2}{y}\right)^2 = y^2 + 4 + \frac{4}{y^2}$

iv) $(3β - α)^3 = (3β)^3 - 3(3β)^2 α + 3 \cdot 3β \cdot α^2 - α^3 = 27β^3 - 27β^2 α + 9βα^2 - α^3$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. i) $x^2 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = (\sqrt{3})^2 + 2\sqrt{3}\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{6} + 2 = 5 + 2\sqrt{6}$

$$xy = (\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2 = 3 - 2 = 1$$

ii) $A = 3(5 + 2\sqrt{6}) - 7 \cdot 1 + 3(3 - 2\sqrt{6} + 2) = 15 + 6\sqrt{6} - 7 + 9 - 6\sqrt{6} + 6 = 23$

B. i) $8(x^2 - 4) = 0 \Leftrightarrow 8(x - 2)(x + 2) = 0$ άρα $x - 2 = 0$ ή $x + 2 = 0$

άρα $x = 2$ ή $x = -2$

ii) $y^3 - y - 4 + 4y^2 = 0 \Leftrightarrow y(y^2 - 1) + 4(y^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow (y^2 - 1)(y + 4) = 0 \Leftrightarrow$

$$(y - 1)(y + 1)(y + 4) = 0 \text{ άρα } y - 1 = 0 \text{ ή } y + 1 = 0 \text{ ή } y + 4 = 0$$

άρα $y = 1$ ή $y = -1$ ή $y = -4$





$$\Gamma. \text{ i) } \omega(\omega^2 + 2\omega + 1^2) - (1^3 - 3 \cdot 1^2 \cdot \omega + 3 \cdot 1 \cdot \omega^2 - \omega^3) - 2\omega(\omega^2 - 1^2) =$$

$$= \omega^3 + 2\omega^2 + \omega - (1 - 3\omega + 3\omega^2 - \omega^3) - 2\omega^3 + 2\omega =$$

$$= \omega^3 + 2\omega^2 + \omega - 1 + 3\omega - 3\omega^2 + \omega^3 - 2\omega^3 + 2\omega = -\omega^2 + 6\omega - 1$$

$$\text{ii) } (5\alpha + 1)^2 - (4\beta)^2 = (5\alpha + 1 - 4\beta)(5\alpha + 1 + 4\beta)$$

$$y^2(y - 2) - 3y(y - 2) = (y - 2)(y^2 - 3y) = (y - 2)y(y - 3)$$

ΘΕΜΑ 3^ο

A. Συγκρίνω τα τρίγωνα ABM και AMΓ.

- AB=AG (ABΓ ισοσκελές)
- BM=MG (AM διάμεσος)
- AM κοινή πλευρά

Άρα από το 3^ο κριτήριο ισότητας τριγώνων (Π-Π-Π) τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.

B. α) Συγκρίνω τα ορθογώνια τρίγωνα KBP και ΛΖΓ.

- KB=ΛΓ (ως μισά ίσων τμημάτων)
- $\hat{B} = \hat{\Gamma}$ (ABΓ ισοσκελές)

Άρα από κριτήριο ισότητας ορθογωνίων τριγώνων ισχύει ότι KBP=ΛΖΓ.

β) Από προηγούμενη σύγκριση έχουμε ότι εφόσον τα ορθογώνια τρίγωνα KBP και ΛΖΓ είναι ίσα, θα έχουν ίσα όλα τα αντίστοιχα στοιχεία τους. Άρα και οι γωνίες

\hat{BKP} και $\hat{Z\Lambda\Gamma}$ είναι ίσες

