



ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / Γ ΕΠΑΛ (Α΄ ΟΜΑΔΑ)
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	5/02/12

**ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ****ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>**

- A) Σελ. 69 φροντιστηριακού βιβλίου : ορισμός
- B) α) Σελ. 70 φροντιστηριακού βιβλίου , β)  $\frac{1}{2\sqrt{x}}$  γ) συνx δ)  $5e^{5x+1}$
- Γ) α) Λάθος, β) Λάθος,, γ) Σωστό, δ) Σωστό, ε) Λάθος,

**ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>**

- A) Επειδή η f είναι συνεχής στο  $x_0=4$  έχουμε

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2(x-9)(\sqrt{x}+3)}{(\sqrt{x}-3)(\sqrt{x}+3)} = \lim_{x \rightarrow 9^+} \frac{2(x-9)(\sqrt{x}+3)}{(x-9)} = 12$$

$$\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x) = 9\mu + 3$$

β) επειδή η f είναι συνεχής στο  $x_0=9$  έχουμε  $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = f(9)$ . Άρα  $12 = 9\mu + 3 \Leftrightarrow \mu = 1$

γ) Για  $x < 9$  έχουμε  $f'(x) = (x+3)' = 1$ , άρα  $f'(4) = 1$

$$f(1) = \mu \cdot 1 + 3 = 4 \text{ αφού } \mu = 1$$

$$f(9) = \mu \cdot 9 + 3 = 12 \text{ αφού } \mu = 1$$

**ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>**

$$\alpha) \lim_{x \rightarrow 3} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 3} g(x) = 3 - 3 = 0$$

$$\beta) \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x^2 - 5x + 6)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x-2)}{(x-3)} = \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 1$$

γ) Είναι  $f'(x) = (x^2 - 5x + 6)' = 2x - 5$  και  $g'(x) = (x-3)' = 1$





$$\text{άρα } A = 3f'(-2) + 2g'(2012) = 3(2(-2) - 5) + 2 \cdot 1 = -25$$

**ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>**

$$\text{A) α) } \lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(-1)^2 - 1}{-1 - 1} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} (\kappa x + 2\mu) = -\kappa + 2\mu$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\kappa x + 2\mu) = \kappa + 2\mu$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x^2 + 2x + 5 + \ln x) = 1 + 2 + 5 + 0 = 8$$

β) Για να υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$  πρέπει  $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ , δηλαδή

$$0 = -\kappa + 2\mu \quad (1)$$

Για να υπάρχει το όριο  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  πρέπει  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ , δηλαδή

$$8 = \kappa + 2\mu \quad (2)$$

από (1) και (2) έχουμε  $8 = 4\mu$  άρα  $\mu = 2$  αντικαθιστώντας στην (1) έχουμε  $\kappa = 4$

$$\text{B) } h(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \text{ άρα } h'(x) = \left( \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)' \Leftrightarrow h'(x) = \left( \frac{e^x - e^{-x}}{2} \right)$$

$$\text{οπότε } h''(x) = \left( \frac{e^x + e^{-x}}{2} \right)''$$

$$\text{παρατηρούμε ότι } h(x) = h''(x) \quad (1)$$

Άρα από την (1) στην  $h''(x) - \alpha^2 h(x) = 0$  έχουμε ότι

$$(1 - \alpha^2)h(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - \alpha^2 = 0 \text{ ή } h(x) = 0 \text{ η τελευταία είναι αδύνατη αφού } h(x) > 0 \text{ για κάθε } x \in \mathbb{R}$$

άρα  $\alpha = 1$  ή  $\alpha = -1$  από τη πρώτη ισότητα

