ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ / Β΄ ΕΠΑΛ**
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	**28/12/2011**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1$^{\text{ο}}$

Α. Σχολικό βιβλίο σελ.43.

Β. i)→Σ , ii)→Λ , iii)→Λ , iv)→Σ , v)→Λ

ΘΕΜΑ 2$^{\text{ο}}$

Α1. $|\vec{\alpha}| = \sqrt{1^2+3^2} + \sqrt{1+9} = \sqrt{10}$, $|\vec{\beta}| = \sqrt{(-3)^2+4^2} = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

$\vec{\alpha}\cdot\vec{\beta} = (1,3)\cdot(-3,4) = -3+12 = 9$, άρα:

$(\vec{\alpha}-\vec{\beta})(\vec{\alpha}+2\vec{\beta}) = \vec{\alpha}^2 + 2\vec{\alpha}\vec{\beta} - \vec{\alpha}\vec{\beta} - 2\vec{\beta}^2 = |\vec{\alpha}|^2 + \vec{\alpha}\vec{\beta} - 2|\vec{\beta}|^2 = 10+9-50 = -31$

Α2. Έστω $\vec{\gamma} = (3,y)$. Τότε $\vec{\gamma} \perp (\vec{\alpha}-\vec{\beta}) \Leftrightarrow \vec{\gamma}\cdot(\vec{\alpha}+\vec{\beta}) = 0 \Leftrightarrow (3,y)(-2,7) = 0$

$\Leftrightarrow -2\cdot 3 + 7y = 0 \Leftrightarrow 7y = 6 \Leftrightarrow y = \frac{6}{7}$. Άρα $\vec{\gamma} = (3,\frac{6}{7})$

ΘΕΜΑ 3$^{\text{ο}}$

Α. $\lambda = \varepsilon\varphi\frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$. Άρα $y - y_A = \lambda(x - x_A) \Leftrightarrow y-2 = \sqrt{3}(x+1) \Leftrightarrow y-2 = \sqrt{3}x + \sqrt{3}$

$\Leftrightarrow y = \sqrt{3}x + \sqrt{3} + 2$

Β.i) Για $y = x$ έχουμε: $2x - 4x + 6 = 0 \Leftrightarrow -2x = -6 \Leftrightarrow x = 3$

Άρα το ζητούμενο σημείο είναι το $A(3,3)$.

ii) $\varepsilon \perp \varepsilon_1 \Leftrightarrow \lambda\cdot\lambda_1 = -1 \Leftrightarrow \lambda = \frac{-1}{\lambda_1} \Leftrightarrow \lambda = -2$

άρα η ζητούμενη εξίσωση είναι η

$\varepsilon : y - y_A = \lambda(x - x_A) \Leftrightarrow y-3 = -2(x-3) \Leftrightarrow y-3 = -2x+6 \Leftrightarrow y = -2x+9$

ΘΕΜΑ 4ο

Α1. Έστω $\vec{\delta}_1 \parallel \varepsilon_1$ και $\delta_2 \parallel \varepsilon_2$. Τότε : $\vec{\delta}_1 = (-1,3)$, $\vec{\delta}_2 = (-2,1)$ και $\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2 = -1\cdot(-2) + 3\cdot 1 = 5$,

$\left|\vec{\delta}_1\right| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2} = \sqrt{10}$, $\left|\vec{\delta}_2\right| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2} = \sqrt{5}$. Άρα :

$$\text{συν}(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \frac{\vec{\delta}_1 \cdot \vec{\delta}_2}{\left|\vec{\delta}_1\right| \cdot \left|\vec{\delta}_2\right|} = \frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \text{συν}(\vec{\delta}_1, \vec{\delta}_2) = \text{συν}\frac{\pi}{4}$$

Οπότε η οξεία γωνία των ε_1 και ε_2 είναι η $\theta = \frac{\pi}{4}$.

Α2. Βρίσκουμε ένα σημείο της ε_1 θέτοντας όπου $x = 0$ έχουμε $y = 2$, θα υπολογίσουμε την απόσταση της ε από το $A(0,2)$, όπου $\varepsilon : 3x + y - 1 = 0$. Τότε:

$$d(\varepsilon_1, \varepsilon) = d(A, \varepsilon) = \frac{|3\cdot 0 + 2 - 1|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

φροντιστήρια πουκαμισάς