ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ/ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ**
ΣΕΙΡΑ:	**$1^η$**
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	**28/12/11**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1ο

Α. Σχολικό βιβλίο σελίδα 60

Β. i. Σ, **ii.** Σ, **iii.** Λ, **iv.** Σ, **v.** Λ

ΘΕΜΑ 2ο

α) **i.** $\alpha\cdot\beta=|\alpha|\cdot|\beta|\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\pi}{3}=3\cdot2\cdot\frac{1}{2}=3$, άρα $\alpha\cdot\beta=3$

ii. $\alpha\cdot\gamma=\alpha(\alpha-2\beta)=\alpha^2-2\alpha\cdot\beta=|\alpha|^2-2\alpha\beta=9-2\cdot3=3$, άρα $\alpha\cdot\gamma=3$

iii. $|\gamma|=|\alpha-2\beta|$, άρα $|\gamma|^2=|\alpha-2\beta|^2=(\alpha-2\beta)^2=\alpha^2-4\alpha\beta+4\beta^2=$

$|\alpha|^2-4\alpha\beta+4|\beta|^2=9-12+4\cdot4=13$. Άρα $|\gamma|^2=13\Leftrightarrow|\gamma|=\sqrt{13}$

β) $\gamma\cdot\delta=(\alpha-2\beta)(5\alpha+3\beta)=5\alpha^2+3\alpha\beta-10\alpha\beta-6\beta^2=$

$5|\alpha|^2-7\alpha\beta-6|\beta|^2=45-21-24=0$, άρα $\gamma\perp\delta$

ΘΕΜΑ 3ο

α) Για την κορυφή Γ λύνω το σύστημα $\begin{cases}(ΒΓ):\ 2x-y-4=0\\(ΑΓ):\ 3x+y-1=0\end{cases}$

Προσθέτουμε κατά μέλη: $2x+3x-5=0\Leftrightarrow5x=5\Leftrightarrow x=1$, άρα για x=1 έχουμε:

$2-y-4=0\Leftrightarrow y=-2$, άρα Γ(1, −2)

β) Επειδή Κ μέσο της ΑΓ ισχύει:

$$\begin{cases}x_K=\dfrac{x_A+x_\Gamma}{2}\\ y_K=\dfrac{y_A+y_\Gamma}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1=\dfrac{x_A+1}{2}\\ 4=\dfrac{y_A+(-2)}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_A=-3\\ y_A=10\end{cases},\ \text{άρα } A(-3,\ 10)$$

Είναι ΑΔ//ΒΓ, άρα $\lambda_{ΑΔ}=\lambda_{ΒΓ}=2$

(ΑΔ): $y - y_A = \lambda_{A\Delta}(x - x_A)$, άρα $y - 10 = 2(x+3)$, οπότε (ΑΔ): y=2x+16

γ) $\Gamma K = (-1-1,\ 4+2) = (-2,\ 6)$. Είναι $\alpha \perp \Gamma K$, άρα $\alpha \cdot \Gamma K = 0$

$\Leftrightarrow -2\lambda^2 + 6\lambda = 0 \Leftrightarrow 2\lambda(-\lambda+3) = 0$, άρα λ=0 ή λ=3

Η λ=0 απορρίπτεται, αφού για λ=0 είναι $\alpha = (0,0)$ ενώ $\alpha \neq 0$, άρα λ=3

ΘΕΜΑ 4ο

α) Η (1) γίνεται:

$2x^2 - (7y+3)x + (3y^2+4y+1) = 0$ (τριώνυμο ως προς x)

$\Delta = (7y+3)^2 - 4\cdot 2(3y^2+4y+1) = 49y^2 + 42y + 9 - 24y^2 - 32y - 8 =$

$25y^2 + 10y + 1 = (5y+1)^2 \geq 0$, άρα $x = \dfrac{7y+3 \pm (5y+1)}{4}$, οπότε :

$$\begin{cases} x = \dfrac{7y+3+5y+1}{4} = \dfrac{12y+4}{4} = 3y+1 \\ x = \dfrac{7y+3-5y-1}{4} = \dfrac{2y+2}{4} = \dfrac{y+1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y+1 \\ 2x = y+1 \end{cases}, \text{ άρα } \begin{cases} \varepsilon_1 : x - 3y - 1 = 0 \\ \varepsilon_2 : 2x - y - 1 = 0 \end{cases}$$

β) Το $\delta = (-B,\ A)$ είναι παράλληλο στην ευθεία $\varepsilon :\ Ax + By + \Gamma = 0$, άρα $\delta_1 = (3,\ 1) // \varepsilon_1$

και $\delta_2 = (1,\ 2) // \varepsilon_2$

γ) Έχουμε $\hat{\omega} = (\varepsilon_1,\ \varepsilon_2) = (\delta_1,\ \delta_2)$, άρα

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\delta_1 \cdot \delta_2}{|\delta_1||\delta_2|} \Leftrightarrow \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{3\cdot 1 + 1\cdot 2}{\sqrt{3^2+1^2}\cdot\sqrt{1^2+2^2}} = \frac{5}{\sqrt{10}\cdot\sqrt{5}}$$

οπότε, $\sigma\upsilon\nu\omega = \dfrac{5}{\sqrt{2}\sqrt{5^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, άρα $\hat{\omega} = 45^\circ$