



ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ / Γ ΕΠΑΛ (Α΄ ΟΜΑΔΑ)
ΣΕΙΡΑ:	
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	5/02/12

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Πότε μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της

(Μονάδες 7)

B. Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε

$$\alpha) \left(\frac{f}{g} \right)'(x) = \dots \text{ αν } g(x) \neq 0$$

$$\beta) (\sqrt{x})' = \dots \text{ αν } x > 0$$

$$\gamma) (\eta\mu x)' = \dots$$

$$\delta) (e^{5x+1})' = \dots$$

(Μονάδες 8)

Γ. Να χαρακτηρίσετε ως Σωστή ή Λανθασμένη καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

α) Αν μια συνάρτηση είναι συνεχής σε ένα σημείο του πεδίου ορισμού της, τότε είναι και παραγωγίσιμη σε αυτό.

$$\beta) (\sqrt{2})' = \frac{1}{2\sqrt{2}}$$

γ) Αν υπάρχουν τα $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$, τότε $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$

δ) Αν δύο μεγέθη x , y συνδέονται με τη συνάρτηση f , έτσι ώστε $y=f(x)$ και η f παραγωγίσιμη στο x_0 , τότε η παράγωγος $f'(x_0)$ εκφράζει το ρυθμό μεταβολής του μεγέθους y ως προς x , για τη συγκεκριμένη τιμή $x=x_0$

ε) $(c \cdot f)'(x) = 0$ αν c σταθερά

(Μονάδες 10)





ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{2x-18}{\sqrt{x}-3} & , x > 9 \\ \mu x + 3 & , x \leq 9 \end{cases}$.

α) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 9^+} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 9^-} f(x)$ (Μονάδες 5)

β) Να βρείτε τον πραγματικό αριθμό μ ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στο $x_0 = 9$. (Μονάδες 10)

γ) Να υπολογίσετε : $f'(4)$, $f(1)$, $f(9)$ (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = x^2 - 5x + 6$ και $g(x) = x - 3$ όπου $x \in \mathbb{R}$

α) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ και $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ (Μονάδες 7)

β) Να βρείτε το όριο $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x)}{g(x)}$ (Μονάδες 10)

γ) Αν $f'(x)$ και $g'(x)$ είναι οι παράγωγοι των συναρτήσεων $f(x)$ και $g(x)$ αντίστοιχα να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 3f'(-2) + 2g'(2012)$ (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4°

A. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2-1}{x-1} & , x < -1 \\ kx + 2\mu & , -1 \leq x \leq 1, \text{ όπου } k, \mu \in \mathbb{R} \\ x^2 + 2x + 5 + \ln x & , x > 1 \end{cases}$





α) Να υπολογίσετε τα όρια $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

(Μονάδες 8)

β) Να βρείτε τους πραγματικούς αριθμούς κ, μ ώστε να υπάρχουν τα όρια

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x), \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

(Μονάδες 7)

β) Αν $h(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ να βρείτε τη τιμή του $\alpha \in \mathbb{R}$ ώστε $h''(x) - \alpha^2 h(x) = 0$

(Μονάδες 15)

Ευχόμαστε επιτυχία!!!

