



ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ/ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΕΙΡΑ:	1 ^η ΣΕΙΡΑ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	28/12/11

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Έστω $A(x_0, y_0)$ σημείο μιας ευθείας ε με συντελεστή διεύθυνσης λ . Να δείξετε ότι η εξίσωση της ευθείας ε είναι: $y - y_0 = \lambda(x - x_0)$

(Μονάδες 10)

B. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λανθασμένη (**Λ**) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

i. Το διάνυσμα $\vec{\eta} = (A, B)$ είναι κάθετο στην ευθεία $Ax + By + \Gamma = 0$, με $A \neq 0$ ή $B \neq 0$

ii. Αν $A \neq B$, τότε η εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ παριστάνει πάντα ευθεία.

iii. Έστω $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) > 90^\circ$, τότε για το $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$ ισχύει $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} > 0$

iv. Αν $\vec{\alpha} = (x, y)$ και $\vec{\beta} = \left(\frac{1}{x}, -\frac{1}{y}\right)$ με $x, y \neq 0$, τότε $\vec{\alpha} \perp \vec{\beta}$

v. Αν $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη μηδενικά και μη παράλληλα διανύσματα, τότε $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \vec{\alpha} \cdot \text{προβ}_{\vec{\beta}} \vec{\alpha}$

(Μονάδες 15)

ΘΕΜΑ 2^ο

Έστω $\vec{\alpha}, \vec{\beta}, \vec{\gamma}, \vec{\delta}$ διανύσματα του επιπέδου τέτοια ώστε: $|\vec{\alpha}| = 3$, $|\vec{\beta}| = 2$, $(\vec{\alpha}, \vec{\beta}) = \frac{\pi}{3}$ και

$$\vec{\gamma} = \vec{\alpha} - 2\vec{\beta}, \quad \vec{\delta} = 5\vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των:

i. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta}$

(Μονάδες 3)

ii. $\vec{\alpha} \cdot \vec{\gamma}$

(Μονάδες 5)

iii. $|\vec{\gamma}|$

(Μονάδες 8)

β) Να δείξετε ότι: $\vec{\gamma} \perp \vec{\delta}$

(Μονάδες 9)

ΘΕΜΑ 3^ο

Σε παραλληλόγραμμο $AB\Gamma\Delta$ η πλευρά του $B\Gamma$ είναι πάνω στην ευθεία $2x - y - 4 = 0$ και η διαγώνιός του $A\Gamma$ πάνω στην ευθεία $3x + y - 1 = 0$. Αν $K(-1, 4)$ το σημείο τομής των διαγώνιων του $A\Gamma, B\Delta$:





- α) Να δείξετε ότι η κορυφή Γ έχει συντεταγμένες $(1, -2)$ (Μονάδες 9)
- β) Να βρείτε την κορυφή Α και την εξίσωση της ΑΔ (Μονάδες 8)
- γ) Αν $\vec{a} = (\lambda^2, \lambda)$, $\lambda \in \mathbb{R}$ μη μηδενικό διάνυσμα, να βρείτε τον λ , ώστε $\vec{a} \perp \vec{\Gamma\kappa}$ (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 4^ο

Δίνεται η εξίσωση $2x^2 + 3y^2 - 7xy - 3x + 4y + 1 = 0$, (1)

- α) Να αποδείξετε ότι η (1) παριστάνει δύο ευθείες, τις $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ με εξισώσεις:
 $x - 3y - 1 = 0$ και $2x - y - 1 = 0$ αντίστοιχα. (Μονάδες 10)
- β) Να βρείτε δύο διανύσματα \vec{d}_1, \vec{d}_2 , τέτοια ώστε: $\vec{d}_1 // \varepsilon_1$ και $\vec{d}_2 // \varepsilon_2$ (Μονάδες 5)
- γ) Να αποδείξετε ότι η οξεία γωνία των ευθειών $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ είναι 45° (Μονάδες 10)

Ευχόμαστε Επιτυχία!!!

