



ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ / Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΣΕΙΡΑ:	1 ^η
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	08/01/2012

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ**ΘΕΜΑ 1°**

- A.** Αν x_1, x_2, \dots, x_k είναι οι τιμές μιας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου $k, n \in \mathbb{N}^*$, με $k \leq n$, να αποδείξετε ότι:
- α.** $0 \leq f_i \leq 1$, για κάθε $i = 1, 2, \dots, k$ (Μονάδες 4)
 - β.** $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$ (Μονάδες 5)
- B.**
- α.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποιοτικές;
 - β.** Ποιες μεταβλητές λέγονται ποσοτικές;
 - γ.** Πότε μια ποσοτική μεταβλητή ονομάζεται διακριτή και πότε συνεχής; (Μονάδες 6)
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (**Σ**) ή λανθασμένη (**Λ**) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:
- α.** Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα (α, β) και για κάποιο $x_0 \in (\alpha, \beta)$ ισχύει $f'(x_0) = 0$, τότε η f έχει υποχρεωτικά τοπικό ακρότατο στο x_0
 - β.** Αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο διάστημα Δ και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο x του Δ , τότε η f είναι γνησίως φθίνουσα στο Δ .
 - γ.** Για τη μεταβλητή X : Χρώμα αυτοκινήτου, έχει νόημα ο υπολογισμός αθροιστικών συχνοτήτων.
 - δ.** Το ιστόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση ενός πίνακα συχνοτήτων με ομαδοποιημένα δεδομένα.
 - ε.** Η κεντρική τιμή της κλάσης $[\alpha, \beta)$ είναι ίση με $\frac{\beta - \alpha}{2}$ (Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -x^3 - 6x^2 - 9x + 10$, $x \in \mathbb{R}$

- A.** Να μελετήσετε την f ως προς την μονotonία. (Μονάδες 7)





B. Δίνεται ο επόμενος πίνακας κατανομής συχνοτήτων

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
1				
2	α		β	
3				75
4	2	γ		
5				
Σύνολο				

όπου: α το τοπικό ελάχιστο της $f(x)$, β το τοπικό μέγιστο της $f(x)$ και

$$\gamma = \lim_{x \rightarrow -6} \frac{f'(x) + f''(x) - 3(x-1)}{3x+18}$$

- i) Να δείξετε ότι $\alpha = 10$, $\beta = 14$, $\gamma = 5$ (Μονάδες 10)
 ii) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα. (Μονάδες 8)

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln\left(\frac{x^2 + \alpha^2}{4}\right)$, με $\alpha > 0$

- A.** Να αποδείξετε ότι $f'(x) \leq \frac{1}{\alpha}$, για κάθε $x \in \mathbb{R}$ (Μονάδες 5)
B. Έστω ότι η γραφική παράσταση της f διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
 i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$ (Μονάδες 3)
 ii) Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f που είναι παράλληλη στην ευθεία $x - 2y - 6 = 0$ (Μονάδες 4)
 iii) Να μελετήσετε την $f'(x)$ ως προς τη μονοτονία. (Μονάδες 3)
Γ. Για $\alpha = 2$, θεωρούμε τον επόμενο πίνακα που αναφέρεται σε μια μεταβλητή X .

Κλάσεις [..)	x_i : κέντρα	v_i	f_i	N_i	F_i
[0,2)			$f'(6)$		
[2,4)					$f'(1)$
[4,6)			0,10	20	
[6,8)					
Σύνολο		v	1		





- i) Να συμπληρώσετε τον παραπάνω πίνακα. (Μονάδες 7)
ii) Να κατασκευάσετε το ιστόγραμμα και το πολύγωνο συχνοτήτων. (Μονάδες 3)

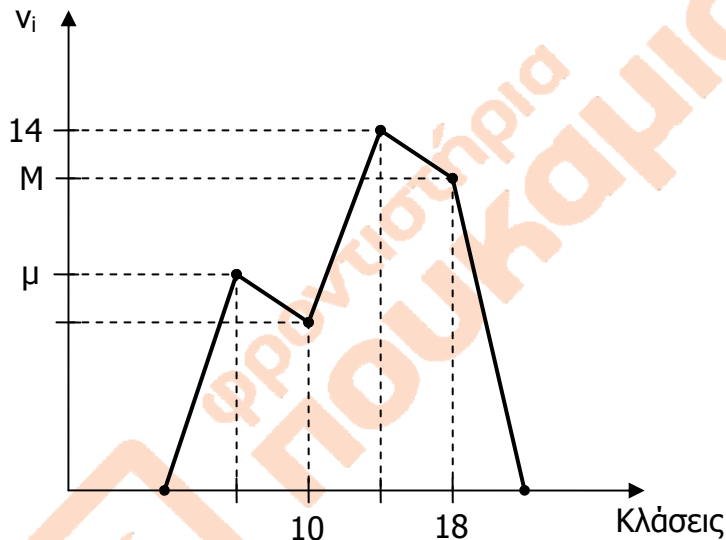
ΘΕΜΑ 4°

Δίνεται η συνάρτηση: $f(x) = x^3 + κx^2 + λx + 8$, $x \in \mathbb{R}$ και $κ, λ \in \mathbb{R}$

Η εξίσωση της εφαπτομένης της f στο $A(2, f(2))$ είναι η $y = -3x + 16$

- A. Να δείξετε ότι $κ = -6$ και $λ = 9$ (Μονάδες 6)
B. Ακόμη:

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το πολύγωνο συχνοτήτων μιας μεταβλητής X , της οποίας οι παρατηρήσεις έχουν ομαδοποιηθεί σε κλάσεις ίσου πλάτους, όπου $μ$ το τοπικό ελάχιστο και M το τοπικό μέγιστο της f



- α. Να βρείτε τις τιμές $μ$ και M . (Μονάδες 4)
β. Να δείξετε ότι το πλάτος των κλάσεων c είναι $c=4$ και το κάτω άκρο a των κλάσεων είναι $a=4$ (Μονάδες 6)
γ. Αν επιπλέον η σχετική συχνότητα f_2 της 2^{ns} κλάσης είναι

$$f_2 = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{f'(x)}{40(x^2 - 5x + 6)}, \text{ τότε να βρείτε:}$$

- i) Τη σχετική συχνότητα f_2 (Μονάδες 3)
ii) Το μέγεθος του δείγματος και τη συχνότητα v_2 (Μονάδες 3)
iii) Το πλήθος και το ποσοστό των παρατηρήσεων στο $[5, 14]$ (Μονάδες 3)

Ευχόμαστε επιτυχία!!!

