ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΩΝ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ 2019

ΜΑΘΗΜΑ

## ΦΥΣΙΚΗ

ΩΡΑ ΑΝΑΡΤΗΣΗΣ

## 14:30

φροντιστήρια
πουκαμισάς
Ο ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟΣ ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑΚΟΣ ΟΜΙΛΟΣ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ

| | |
|---|---|
| ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: | 12 / 06 / 201 |
| ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: | **ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ** |

# ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** β)
**Α2.** γ)
**Α3.** α)
**Α4.** γ)
**Α5.** α) Λ
β) Σ
γ) Λ
δ) Σ
ε) Σ

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.** $f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \upsilon_s} \cdot f_s \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{20}} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{\upsilon_H}{\frac{21}{20}\upsilon_H} f_s \Rightarrow f_1 = \frac{20}{21} f_s$ **(1)**

Κατά την κρούση ισχύει ότι

$\vec{P}_{ολ(πριν)} = \vec{P}_{ολ(μετα)} \Rightarrow m \cdot \upsilon_s = (m+M) \cdot V_K \Rightarrow V_K = \frac{\upsilon_s}{2} \Rightarrow V_K = \frac{\upsilon_H}{40}$ **(2)**

Άρα $f_2 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + V_K} f_s \Rightarrow f_2 = \frac{\upsilon_H}{\upsilon_H + \frac{\upsilon_H}{40}} f_s \Rightarrow f_2 = \frac{\upsilon_H}{\frac{41}{40}\upsilon_H} f_s \Rightarrow f_2 = \frac{40}{41} f_s$ **(3)**

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις **(1)** και **(3)** προκύπτει ότι

$$\frac{f_1}{f_2} = \frac{\frac{20}{21} f_s}{\frac{40}{41} f_s} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{20 \cdot 41}{40 \cdot 21} \Rightarrow \frac{f_1}{f_2} = \frac{41}{42}.$$

**Σωστή απάντηση η ii.**

**Β2**. Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli στα σημεία $\Delta$ και $\Gamma$, είναι:

$P_\Delta + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Delta^2 = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_\Gamma^2 \Rightarrow P_\Delta = P_{ατμ} + \frac{1}{2}\rho\left(\upsilon_\Gamma^2 - \upsilon_\Delta^2\right)$ (1)

Εφαρμόζοντας εξίσωση συνέχειας στα σημεία $\Delta$ και $\Gamma$, είναι:

$\Pi_\Delta = \Pi_\Gamma \Rightarrow A_1 \cdot \upsilon_\Delta = A_2 \cdot \upsilon_\Gamma \Rightarrow 2A_2\upsilon_\Delta = A_2\upsilon_\Gamma \Rightarrow 2\upsilon_\Delta = \upsilon_\Gamma$ (2)

Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι:

$P_{\Delta} = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\left(4\upsilon_{\Delta}^2 - \upsilon_{\Delta}^2\right) \Rightarrow P_{\Delta} = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho 3\upsilon_{\Delta}^2 \Rightarrow P_{\Delta} = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{2}\rho\upsilon_{\Delta}^2$ (3).

Στον κατακόρυφο σωλήνα είναι $P_{\Delta} = P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h$ (4).

Από τις σχέσεις (3) και (4) προκύπτει ότι:

$P_{\alpha\tau\mu} + \rho g h = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{3}{2}\rho\upsilon_{\Delta}^2 \Rightarrow h = \frac{3}{2}\frac{\upsilon_{\Delta}^2}{g} \Rightarrow h = \frac{3}{2}\frac{\upsilon_{\Gamma}^2}{4g} \Rightarrow h = \frac{3\upsilon_{\Gamma}^2}{8g}$ (5).

Ισχύει επίσης ότι $\Pi_{\Gamma} = \Pi_{Z} \Rightarrow A_2 \cdot \upsilon_{\Gamma} = A_3 \cdot \upsilon_{Z} \Rightarrow A_2\upsilon_{\Gamma} = A_3\upsilon_{Z} \Rightarrow A_2\upsilon_{\Gamma} = \frac{A_2}{2}\upsilon_{Z} \Rightarrow \upsilon_{Z} = 2\upsilon_{\Gamma}$ (6).

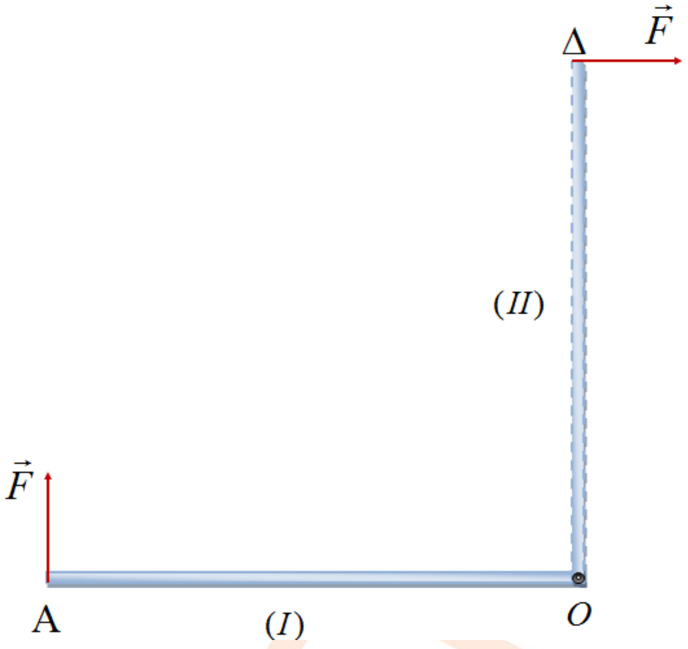
Εφαρμόζοντας την εξίσωση Bernoulli από την επιφάνεια του υγρού στο δοχείο μέχρι το σημείο $Z$, είναι: $P_{\alpha\tau\mu} + \rho g H = P_{\alpha\tau\mu} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_{Z}^2 \Rightarrow gH = \frac{\upsilon_{Z}^2}{2} = (6) \Rightarrow H = \frac{4\upsilon_{\Gamma}^2}{2g} \Rightarrow H = \frac{2\upsilon_{\Gamma}^2}{g}$ (7).

Από τις σχέσεις (5) και (7) είναι :

$$\frac{h}{H} = \frac{3\frac{\upsilon_{\Gamma}^2}{8g}}{2\frac{\upsilon_{\Gamma}^2}{g}} \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}.$$

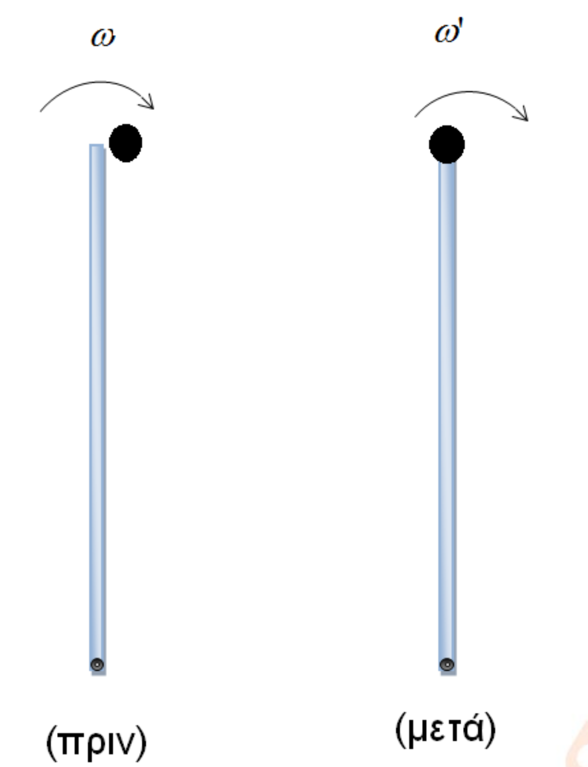
**Σωστή απάντηση η iii.**

B3.




Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ στις θέσεις (I) και (II):

$$K_{II} - K_{I} = W_F \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}I\omega^2 = FL\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}\frac{1}{3}ML^2\omega^2 = FL\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{6}ML^2\omega^2 = FL\frac{\pi}{2} \Rightarrow \frac{1}{6}\cdot 3\cdot 1\cdot\omega^2 = 9\pi\cdot\frac{\pi}{2} \Rightarrow$$
$$\frac{1}{2}\omega^2 = \frac{9\pi^2}{2} \Rightarrow \omega^2 = 9\pi^2 \Rightarrow \omega = 3\pi\frac{rad}{s}$$




Αρχή Διατήρησης Στροφορμής :

$$\vec{L}_{ολ(πριν)} = \vec{L}_{ολ(μετα)} \Rightarrow I \cdot \omega = I' \cdot \omega' \Rightarrow$$

$$\frac{1}{3}ML^2\omega = \left(\frac{1}{3}ML^2 + mL^2\right)\omega' \Rightarrow$$

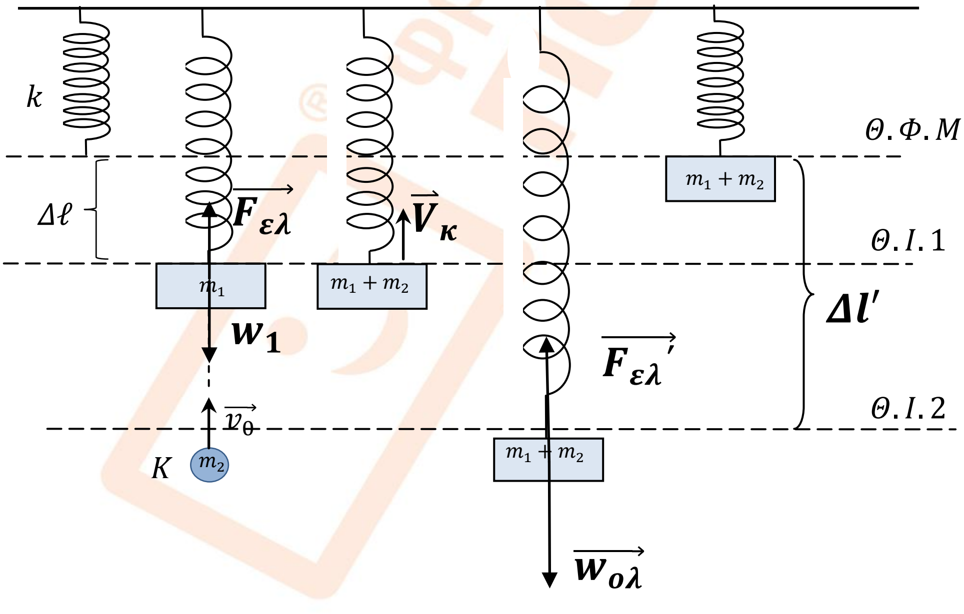
$$\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 1^2 \cdot \frac{3\pi}{2} = \left(\frac{1}{3}\cdot 3\cdot 1^2 + 1\cdot 1^2\right)\cdot \omega' \Rightarrow$$

$$3\pi = 2\omega' \Rightarrow \omega' = \frac{3\pi}{2}\frac{rad}{s}$$

Όμως $\theta = \omega' \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta t = \frac{1}{3}s$ .

**Σωστή απάντηση η ii.**

## ΘΕΜΑ Γ




**Γ1.**

Στη Θ.Ι.$_1$ : $\mathbf{\Sigma F = 0}$ ή $\mathbf{F_{ελ} = w_1}$ ή $\mathbf{k \cdot \Delta l = m_1 \cdot g}$ ή $\mathbf{k = \frac{m_1 \cdot g}{\Delta l}}$
ή $\mathbf{k = \frac{1\cdot 10}{0,05}}$ ή $\mathbf{k = 200\frac{N}{m}}$

Στη Θ.Ι.$_2$ : $\mathbf{\Sigma F = 0}$ ή $\mathbf{F_{ελ}' = w_{ολ}}$ ή $\mathbf{k \cdot \Delta l' = (m_1 + m_2) \cdot g}$

ή $\mathbf{\Delta l' = \frac{2\cdot 10}{200}}$ ή $\mathbf{\Delta l' = 0,1\ m}$
Εφόσον το συσσωμάτωμα φτάνει μέχρι τη θέση στην οποία το ελατήριο έχει το φυσικό του μήκος $\mathbf{\Delta l' = A = 0,1\ m}$

**Γ2.**
Η θέση έναρξης της ταλάντωσης απέχει από τη Θ.Ι.2 απόσταση x.
$x = \mathbf{\Delta l' - \Delta l}$ ή $\mathbf{x = 0,1 - 0,05 = 0,05\ m}$
Από ΑΔΕΤ

$$\mathbf{E = K + U} \text{ ή } \mathbf{\frac{1}{2}\cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2}\cdot(m_1 + m_2)\cdot V_\kappa^2 + \frac{1}{2}\cdot k \cdot x^2}$$

$$\boldsymbol{V_\kappa} = \sqrt{\mathbf{\frac{k\cdot(A^2 - x^2)}{m_1 + m_2}}} \text{ ή } \boldsymbol{V_\kappa} = \sqrt{\mathbf{\frac{200\cdot(0,01 - 25\cdot 10^{-4})}{2}}}$$

ή $\boldsymbol{V_\kappa} = \sqrt{\mathbf{100\cdot(100\cdot 10^{-4} - 25\cdot 10^{-4})}}$ ή $\boldsymbol{V_\kappa} = \sqrt{\mathbf{100\cdot 75\cdot 10^{-4}}}$
ή $\boldsymbol{V_\kappa} = \sqrt{\mathbf{75\cdot 10^{-2}}}$ ή $\boldsymbol{V_\kappa} = \mathbf{0,5\cdot\sqrt{3}\ \frac{m}{s}}$

Εφόσον το σύστημα είναι μονωμένο ($\boldsymbol{\Sigma\overrightarrow{F_{\varepsilon\xi}}} = 0$)
Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο.
$\mathbf{\vec{P}_{ΠΡΙΝ} = \vec{P}_{ΜΕΤΑ}}$ ή $m_2\cdot\boldsymbol{\upsilon_o} = \mathbf{(m_1 + m_2)}\cdot\boldsymbol{V_\kappa}$
ή $\boldsymbol{\upsilon_o} = \mathbf{\frac{(m_1+m_2)\cdot V_\kappa}{m_2}}$ ή $\boldsymbol{\upsilon_o} = \mathbf{\frac{2\cdot 0,5\cdot\sqrt{3}}{1}}$ ή $\boldsymbol{\upsilon_o} = \mathbf{\sqrt{3}\ \frac{m}{s}}$
$\mathbf{K_{\alpha\rho\chi,2} = \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot\upsilon_o^2}$ ή $\mathbf{K_{\alpha\rho\chi,2} = \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\sqrt{3}^2}$ ή $\mathbf{K_{\alpha\rho\chi,2} = \frac{3}{2}\ J}$ ή $\mathbf{K_{\alpha\rho\chi,2} = 1,5\ J}$

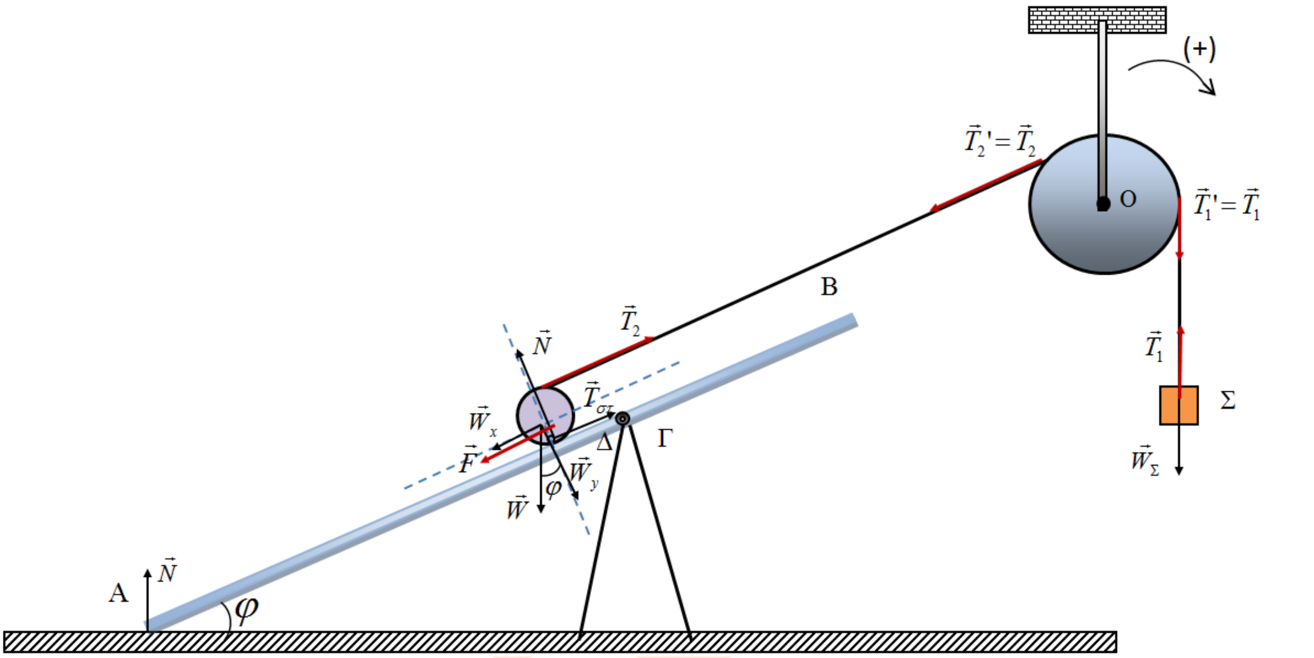
**Γ3.**
$\Delta\vec{\mathbf{P}}_{\Sigma2} = \vec{\mathbf{P}}_{\Sigma_2'} - \vec{\mathbf{P}}_{\Sigma_2}$ ή $\Delta P_{\Sigma2} = m_2\cdot\boldsymbol{V_\kappa} - m_2\cdot\boldsymbol{\upsilon_o}$ ή $\Delta P_{\Sigma2} = \mathbf{0,5\cdot\sqrt{3} - \sqrt{3}}$
ή $\Delta P_{\Sigma2} = \mathbf{-0,5\cdot\sqrt{3}}\ kg\cdot\mathbf{\frac{m}{s}}$
$|\mathbf{\Delta P_{\Sigma2}}| = \mathbf{0,5\cdot\sqrt{3}}\ kg\cdot\mathbf{\frac{m}{s}}$
Με κατεύθυνση αντίθετη της αρχικής ταχύτητας $\upsilon_o$ (προς την αρνητική κατεύθυνση)

**Γ4.**
$x = A\cdot\eta\mu\,(\omega\cdot t + \varphi_o)$ ή $\omega = \sqrt{\mathbf{\frac{k}{m_1 + m_2}}}$ ή $\omega = \sqrt{\mathbf{\frac{200}{2}}}$ ή $\omega = 10\ \mathbf{\frac{rad}{s}}$
Για t = 0 x = 0,05 m και υ > 0
$x = A\cdot\eta\mu\,(\omega\cdot t + \varphi_o)$ ή $0,05 = 0,1\cdot\eta\mu\,\varphi_o$ ή $\eta\mu\,\varphi_o = \mathbf{\frac{1}{2}}$ ή $\varphi_o = \mathbf{\frac{\pi}{6}}$ rad
$x = 0,1\cdot\eta\mu\,(10\cdot t + \mathbf{\frac{\pi}{6}})$ S.I.

2ος τρόπος
Για την αρχική φάση εύρεση με χρήση του περιστρεφόμενου διανύσματος.

## ΘΕΜΑ Δ

### Δ1.



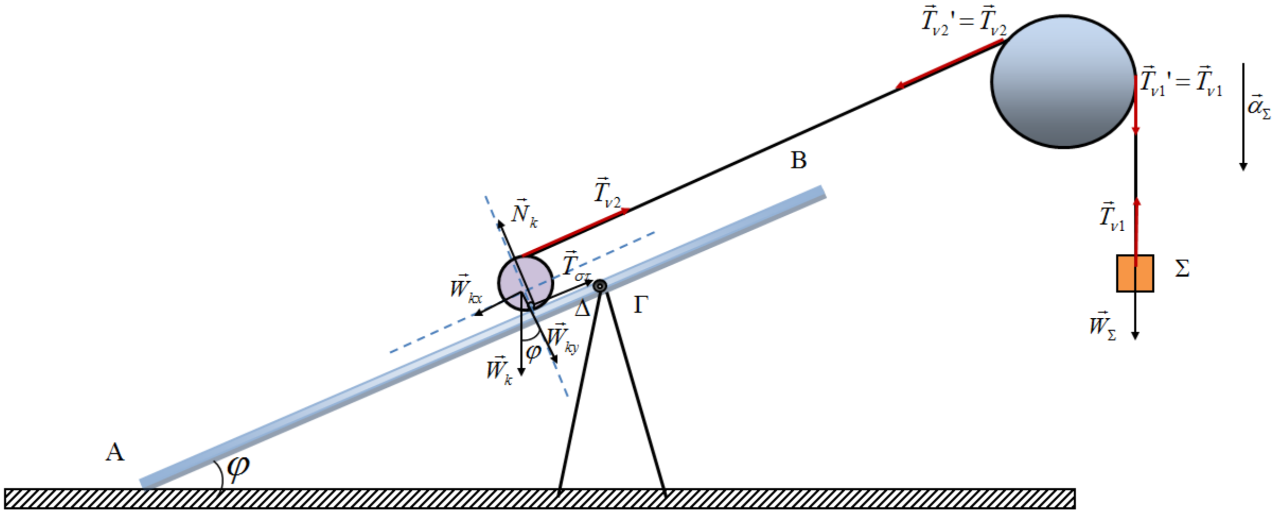

Σώμα Σ: $\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 = w \Rightarrow T_1 = M \cdot g \Rightarrow T_1 = 20N$

Τροχαλία: $\Sigma \tau_o = 0 \Rightarrow T_1' \cdot R_T - T_2' \cdot R_T = 0 \Rightarrow T_2' = 20\ N = T_2$

Κύλινδρος: $\Sigma \tau_K = 0 \Rightarrow T_2 \cdot R_K - T_{\sigma\tau} \cdot R_K = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 20\ N$

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F + M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi - T_2 - T_{\sigma\tau} = 0 \Rightarrow F = 30\ N$$

### Δ2



Κύλινδρος: $\Sigma\tau = I_\kappa \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu K}$

$T_{\nu2} \cdot R_K - T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu K}$ (1)

$$\Sigma F_x = M_K \cdot \alpha_{cmK}$$

$T_{\nu2} + T_{\sigma\tau} - w_{K\chi} = M_K \cdot \alpha_{cmK}$ (2)

$\alpha_{cmK} =\cdot\, \alpha_{\gamma\omega\nu K} \cdot R_K$ (3)

$(1) \overset{(3)}{\Rightarrow} T_{\nu2} - T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot \alpha_{cmK}$

$$T_{\nu2} + T_{\sigma\tau} = -M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = M_K \cdot \alpha_{cmK}$$

$2 \cdot T_{\nu2} - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot \alpha_{cmK}$ (4)

Τροχαλία: $\Sigma\tau = I_T \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu T}$

$T_{\nu1} \cdot R_T - T_{\nu2} \cdot R_T = \frac{1}{2} \cdot M_T \cdot R_T^2 \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu T}$ (5)

$$\Sigma_1: \Sigma F_x = M_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma$$

$$M_\Sigma \cdot g - T_{\nu1} = M_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma$$

$\alpha_\Sigma = \alpha_{\gamma\omega\nu T} \cdot R_T = 2\alpha_{cm}$

(5)+(6) $\Rightarrow m_\Sigma \cdot g - T_{\nu2} = \frac{1}{2} \cdot M_T \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu T} + M_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma$ (7)

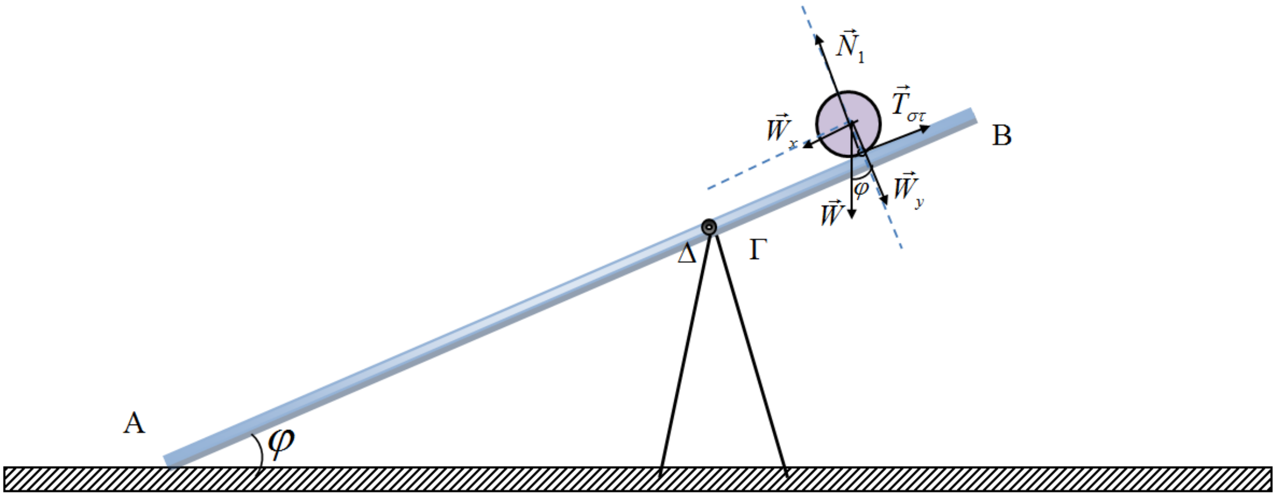
(4) $\Rightarrow 2 \cdot T_{\nu2} - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{4} \cdot M_K \cdot \alpha_{cmK} \Rightarrow$

$2 \cdot T_{\nu2} - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot \alpha_\Sigma$

(7) $\Rightarrow 2\left(M_\Sigma \cdot g - \frac{1}{2} M_T \cdot \alpha_\Sigma - M_\Sigma \cdot \alpha_\Sigma\right) - M_K \cdot g \cdot \eta\mu\varphi = \frac{3}{4} \cdot M_K \cdot \alpha_\Sigma \Rightarrow \alpha_\Sigma = 4\ \frac{m}{s^2}$

$$\alpha_{cm} = \frac{\alpha_\Sigma}{2} = 2\ \frac{m}{s^2}$$

**Δ3.**




Για $t_1 = 0,5\ s$

$$u_{ocm} = \alpha_{cm} \cdot t_1 = 1\ m/s$$

$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2} \cdot \alpha_{cm} \cdot t_1^2 = 0,25m$

$$\Sigma\tau = I_\kappa \cdot \alpha_{\gamma\omega\nu K}{}'$$

$$T_{\sigma\tau} \cdot R_K = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K^2 \cdot \alpha'_{\gamma\omega\nu K}$$

$T_{στ} = \frac{1}{2} \cdot M_K \cdot R_K \ \cdot αcm'$(8)

$$ΣF_x = M_K \cdot αcm'$$

$M_K \cdot g \cdot ημφ - T_{στ} = M_K \cdot αcm'$ (9)

$αcm' = α'_{γωνK} \cdot R_K$

(1)+(2) $\Rightarrow M_K \cdot g \cdot ημφ = \frac{3}{2} \cdot M_K \cdot αcm'$

$αcm' \ = \frac{10}{3} m/s^2$

$$u_{cm} = u_o - \ αcm' Δt \Rightarrow Δt = \frac{u_{ocm}}{αcm'} = 0{,}3 \text{ s}$$

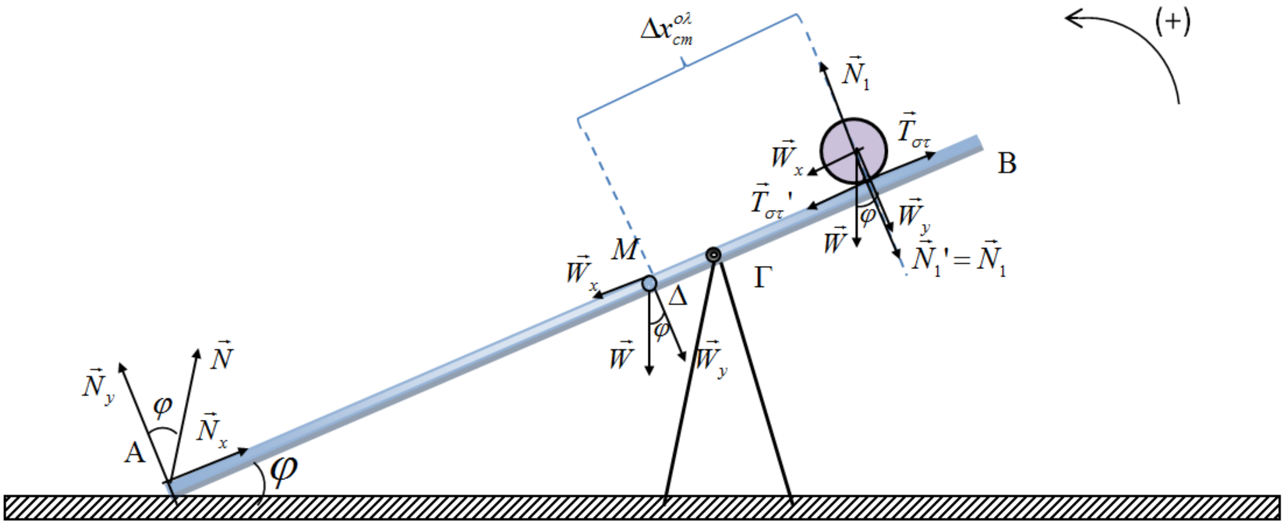
$$t_2 = t_1 + 0{,}3 \Rightarrow t_2 = 0{,}8 \text{ s}$$

**Δ4.**

$Δx'_{cm} = u_{ocm} \cdot Δt - \frac{1}{2} \cdot \ α_{cm} \cdot Δt^2 \ \Rightarrow \ Δx'_{cm} = 1 \cdot 0{,}3 - \frac{1}{2} \cdot \ \frac{10}{3} \cdot 0{,}3^2 \Rightarrow Δx'_{cm} = 0{,}15 \text{ m}$

$$Δx_{ολ} = Δx_{cm} + \ Δx'_{cm} = 0{,}4 \text{ m}$$

**Δ5.**




$Στ_Γ = 0 \Rightarrow -N \cdot (ΑΓ) \cdot συνφ + M \quad \cdot g \cdot συνφ \ \cdot (ΓΜ) - N_1 \cdot (\ Δx_{cmολ} - ΓΔ) = 0 \Rightarrow$

$-N \cdot (l - Δx_{cmολ}) \cdot \ συνφ + M \quad \cdot g \cdot συνφ \ \cdot \left(\frac{l}{2} - ΒΓ\right) - N_1 \cdot (\ Δx_{cmολ} - ΓΔ) \cdot συνφ = 0$

$-N \cdot (l - Δx_{cmολ}) \cdot \ συνφ + M \quad \cdot g \cdot συνφ \ \cdot \left(\frac{l}{2} - ΒΓ\right) - M_K \cdot g \cdot συνφ \ \cdot (\ Δx_{cmολ} - ΓΔ) = 0$

$\Rightarrow \ N = 2{,}4 \text{ N} \ \neq 0$ δεν θα ανατραπεί

**Δ5.** 2$^{ος}$ τρόπος
Έστω ότι η ράβδος ανατρέπεται όταν ο κύλινδρος έχει ανέλθει σε απόσταση x από το σημείο Γ.

Για τον κύλινδρο στον άξονα y έχουμε $ΣF_y = 0$ ή $N - w_{Ky} = 0$ ή $N = w_{Ky}$

ή N = $M_κ \cdot g \cdot$ συνφ
Η δύναμη N΄ που δέχεται η ράβδος από τον κύλινδρο λόγω Δράσης – Αντίδρασης θα είναι N΄= N = $M_κ \cdot g \cdot$ συνφ

Όταν η ράβδος ανατρέπεται οριακά δεν ασκείται δύναμη από το δάπεδο, οπότε λόγω ισορροπίας έχουμε:

$Στ_Γ = 0$ ή $\boldsymbol{τ_{w ρ_{(Γ)}}} + \boldsymbol{τ_{N΄(Γ)}} = 0$ ή $w_{ρy} \cdot (\frac{L}{2} - (\mathbf{ΓΒ})) - N΄ \cdot x = 0$

ή $M_ρ \cdot g \cdot συνφ\ (\frac{L}{2} - (\mathbf{ΓΒ})) = N΄ \cdot x$

ή $M_ρ \cdot g \cdot συνφ\ (\frac{L}{2} - (\mathbf{ΓΒ})) = \mathbf{M_κ} \cdot g \cdot συνφ \cdot x$

$M_ρ = M_K$

$x = \frac{L}{2} - (\mathbf{ΓΒ})$ ή $x = 2 - 1{,}5$ ή $x = 0{,}5$ m

Λαμβάνοντας υπόψη ότι ο κύλινδρος ξεκίνησε από τη θέση Δ και διένυσε απόσταση $Δx_{ολ} = 0{,}4$ m τότε προκύπτει ότι σταματά σε θέση που απέχει από το σημείο Γ απόσταση
$d = Δx_{ολ} - (ΓΔ)$ ή $d = 0{,}4 - 0{,}2$ ή $d = 0{,}2$ m.

Συνεπώς αφού d < x η ράβδος δεν ανατρέπεται.