ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ

ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

| | |
|---|---|
| ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: | *19 / 06 /2017* |
| ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: | ***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ*** |

# ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

## ΘΕΜΑ Α

**Α1.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

**Α2.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 14

**Α3.** Σχολικό βιβλίο σελίδα 72

**Α4.** 1. **ΣΩΣΤΟ** 2. **ΛΑΘΟΣ** 3. **ΛΑΘΟΣ** 4. **ΣΩΣΤΟ** 5. **ΛΑΘΟΣ**

## ΘΕΜΑ Β

**Β1.**

| $x_i$ | $v_i$ | $x_i \cdot v_i$ | $(x_i - \bar{x})^2$ | $v_i \cdot (x_i - \bar{x})^2$ |
|---|---|---|---|---|
| **1** | **2** | **2** | **9** | **18** |
| **3** | **3** | **9** | **1** | **3** |
| **5** | **4** | **20** | **1** | **4** |
| **9** | **1** | **9** | **25** | **25** |
| **ΣΥΝΟΛΟ** | **10** | **40** | | **50** |

**α.)** Η μέση τιμή υπολογίζεται από τον τύπο: $\bar{x} = \dfrac{\sum_{i=1}^{4} x_i v_i}{v} = \dfrac{40}{10} = 4$

**β.)** Το δείγμα έχει 10 παρατηρήσεις συνεπώς η διάμεσος είναι το ημιάθροισμα της 5ης και της 6ης παρατήρησης. Συνεπώς: $\delta = \dfrac{3+5}{2} = 4$.

**γ.)** Η διακύμανση είναι: $s^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{4}\left(x_i - \bar{x}\right)^2 \cdot \nu_i}{\nu} = \dfrac{50}{10} = 5$

**Β2.** Η τυπική απόκλιση του δείγματος είναι: $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{5}$. Ο συντελεστής μεταβλητότητας είναι: $C.V = \dfrac{s}{\bar{x}} = \dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

$$4 < 5 \Leftrightarrow \sqrt{4} < \sqrt{5} \Leftrightarrow 2 < \sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{2}{4} < \frac{\sqrt{5}}{4} \Leftrightarrow 50\% < C.V$$

Συνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.

## <u>**ΘΕΜΑ Γ**</u>

**Γ1.** $f(x) = x^2 - x + 1,\ x \in \mathbb{R}$

$f'(x) = 2x - 1$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$

| x | -∞ | 1/2 | +∞ |
|---|---|---|---|
| $f'$ | - | | + |
| $f$ | ↘ | | ↗ |

Η f παρουσιάζει ελάχιστο στο: $x_0 = \dfrac{1}{2}$ το $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{1}{4} - \dfrac{1}{2} + 1 = \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{4}$

**Γ2.** Έστω (ε) η ζητούμενη εξίσωση εφαπτομένης με $(\varepsilon): y = \lambda x + \beta$, όπου $\lambda = f'(2)$.

$f'(2) = 2\cdot 2 - 1 = 3$, άρα: $\lambda = f'(2) = 3$

Το $A(2, f(2))$ είναι το σημείο επαφής.

$f(2) = 2^2 - 2 + 1 = 3$, άρα: $A(2,3)$

Έχουμε ότι: $(\varepsilon): y = 3\cdot x + \beta$

$A(2,3)\in(\varepsilon)$ συνεπώς: $3=3\cdot 2+\beta \Leftrightarrow \beta=-3$

Επομένως $(\varepsilon): y=3x-3$ η εξίσωση της εφαπτομένης.

**Γ3.** Για το σημείο τομής της (ε) με τον χ΄χ έχουμε:

$y=0 \Leftrightarrow 3x-3=0 \Leftrightarrow x=1$, άρα είναι το: Β(1,0)

Για το σημείο τομής της (ε) με τον y΄y έχουμε:

$x=0$ συνεπώς: $y=3\cdot 0-3=-3$, άρα είναι το: Γ(0,-3)

**Γ4.** $$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{x-1}=\lim_{x\to 1}\frac{\left(\sqrt{x^2-x+1}-1\right)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

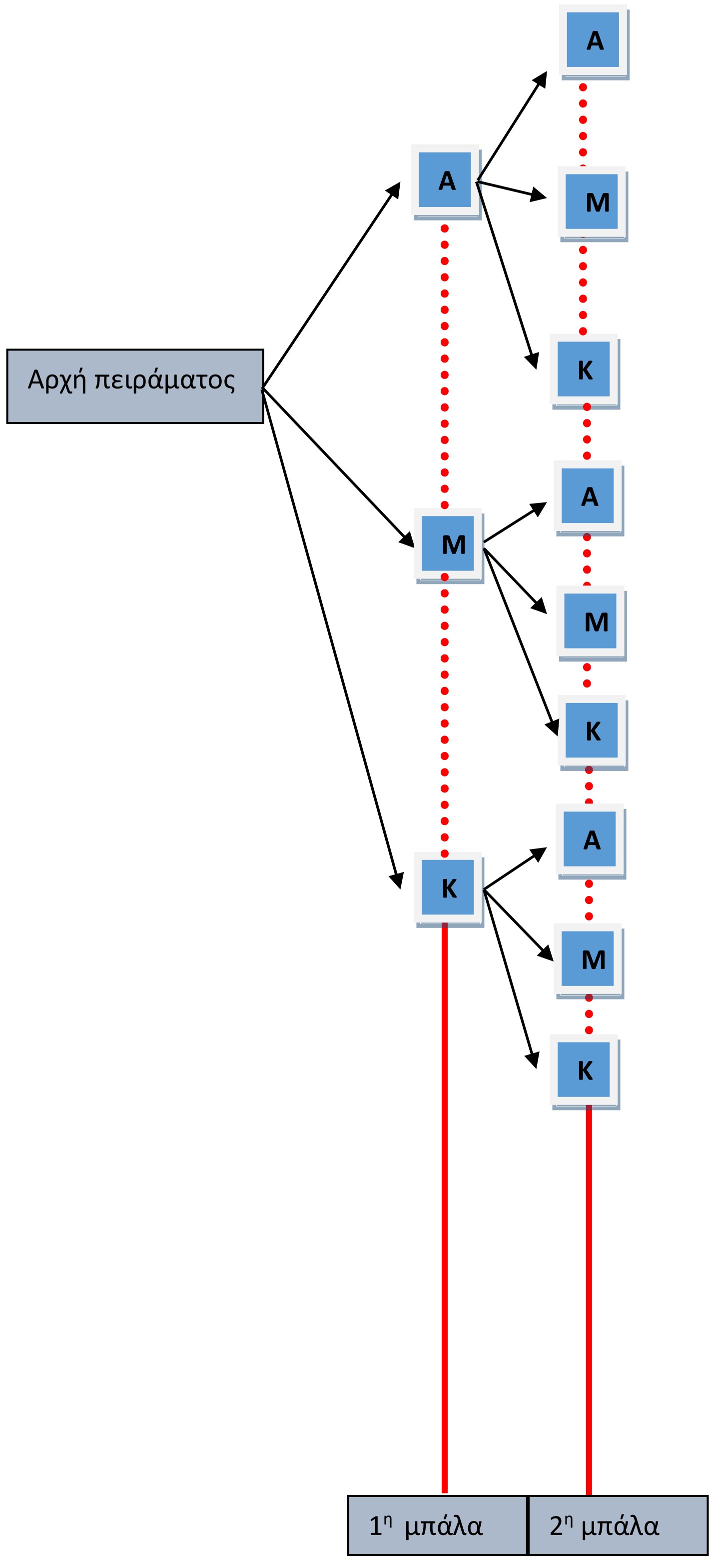
$$=\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2-x+1}^{\,2}-1^2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x^2-x+1-1}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=$$

$$=\lim_{x\to 1}\frac{x(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\lim_{x\to 1}\frac{x}{\left(\sqrt{x^2-x+1}+1\right)}=\frac{1}{2}$$

**<u>ΘΕΜΑ Δ</u>**

**$Δ_1$.** Για να προσδιορίσουμε τον δειγματικό χώρο θα χρησιμοποιήσουμε ένα δεντροδιάγραμμα:

Θεωρούμε: **Α**: Άσπρη μπάλα, **Μ**: Μαύρη μπάλα, **Κ**: Κόκκινη μπάλα.



Ο δειγματικός χώρος είναι:
Ω={(ΑΑ), (ΑΜ), (ΑΚ), (ΜΑ), (ΜΜ), (ΜΚ), (ΚΑ), (ΚΜ),(ΚΚ)}

**Δ2.** Τα ενδεχόμενα Α και Β είναι:
Α={(ΑΜ),(ΜΜ),(ΚΜ)}
Β={(ΑΜ), (ΑΚ), (ΜΑ),(ΜΚ), (ΚΑ), (ΚΜ)}

**Δ3.** **α)** $A \cap B = \{(AM),(KM)\}$

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(\Omega)} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$P(A \cap B) = \frac{N(A \cap B)}{N(\Omega)} = \frac{2}{9}$$

$$P(A') = 1 - P(A) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9}$$

$$P(B - A) = P(B) - P(A \cap B) = \frac{2}{3} - \frac{2}{9} = \frac{4}{9}$$

**β)** $A \cup B = \{(AM),\ (AK),\ (MA),\ (MM),\ (MK),\ (KA),\ (KM)\}$

Οι πιθανές περιπτώσεις για το ενδεχόμενο Γ είναι:

$\Gamma = \varnothing$ συνεπώς: $P(\Gamma) = 0$

$\Gamma = \{(AA)\}$ συνεπώς: $P(\Gamma) = \frac{1}{9}$

$\Gamma = \{(KK)\}$ συνεπώς: $P(\Gamma) = \frac{1}{9}$

$\Gamma = \{(AA),(KK)\}$ συνεπώς: $P(\Gamma) = \frac{2}{9}$

Συνεπώς η μέγιστη τιμή της πιθανότητας $P(\Gamma)$ είναι: $P(\Gamma) = \frac{2}{9}$