

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο

Οδηγία: Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις μεταξύ της επιτάχυνσης a και της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας μπορεί να αναφέρεται στην ταλάντωση του;

α) $a = + 10x$

γ) $a = - 10x$

β) $a = + 10x^2$

δ) $a = - 10x^2$

(Μονάδες 5)

2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή t η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδενική. Την ίδια χρονική στιγμή το σώμα βρίσκεται

α) σε μια οποιαδήποτε θέση της ταλάντωσης του

β) στην αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης του

γ) στη θετική ακραία θέση της ταλάντωσης του

δ) στη θέση ισορροπίας του

(Μονάδες 5)

3. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T . Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στην αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης του, τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4}$

α) η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδενική

β) η κινητική ενέργεια του σώματος είναι μηδενική

γ) το μέτρο της δύναμης επαναφοράς που δέχεται το σώμα είναι μέγιστο

δ) το σώμα βρίσκεται στη ακραία θετική θέση της ταλάντωσης του

(Μονάδες 5)

4. Ένα σώμα είναι προσδεμένο στο ένα άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega = 4\text{rad/s}$. Αν το ίδιο σώμα προσδεθεί σε άλλο οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $K/4$ η γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί τότε θα είναι:

α) 1rad/s

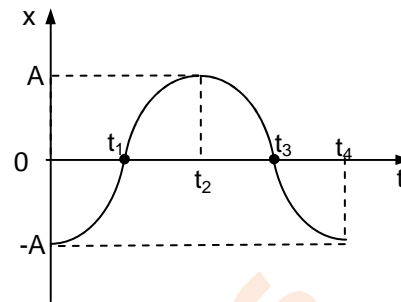
γ) 4rad/s

β) 2rad/s

δ) 8rad/s

(Μονάδες 5)

5. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης x του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο t . Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).



- α) Τη χρονική στιγμή t_1 η επιτάχυνση του σώματος είναι μηδενική.
 β) Τη χρονική στιγμή t_3 το μέτρο της ταχύτητας του σώματος είναι μέγιστο.
 γ) Από τη χρονική στιγμή t_2 έως την χρονική στιγμή t_3 η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης του σώματος αυξάνεται.
 δ) Τη χρονική στιγμή t_4 το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης είναι μέγιστο.
 ε) Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι $\frac{\pi}{2}$ rad.

(Μονάδες 5)

1. γ
 2. δ
 3. α
 4. β
 5. α)Σ β)Σ γ)Λ δ)Σ ε)Λ

Θέμα 2^ο

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A . Όταν η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $x = -\frac{A}{2}$, τότε ο λόγος της δυναμικής ενέργειας U της ταλάντωσης προς την κινητική ενέργεια K του σώματος είναι:

- α) $\frac{1}{3}$ β) 3 γ) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

Σωστή απάντηση η: α

$$\frac{U}{K} = \frac{U}{E-U} = \frac{\frac{1}{2}Dx^2}{\frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{2}Dx^2} = \frac{x^2}{A^2 - x^2} = \frac{\left(-\frac{A}{2}\right)^2}{A^2 - \left(-\frac{A}{2}\right)^2} = \frac{\frac{A^2}{4}}{A^2 - \frac{A^2}{4}} = \frac{\frac{A^2}{4}}{\frac{3A^2}{4}} = \frac{1}{3}$$

2. Ένα σώμα μάζας $m = 5\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση. Η χρονική εξίσωση της κινητικής του ενέργειας είναι η:

$$K = 10\text{συν}^2(2t) \text{ (S.I.)}$$

Το πλάτος A της ταλάντωσης του είναι:

- α) $A = 4\text{m}$ β) $A = 1\text{m}$ γ) $A = 2\text{m}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

Σωστή απάντηση η: β

Από το σχέση έχουμε: $E = 10\text{J}$ και $\omega = 2\text{rad/s}$

$$\text{Όμως } E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \text{ ή } A = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} \text{ ή } A = 1\text{m}$$

3. Δύο ιδανικά ελατήρια (1) και (2) κρέμονται κατακόρυφα με το ένα άκρο τους ακλόνητα στερεωμένα στην οροφή. Στο ελεύθερο άκρο κάθε ελατηρίου κρεμάμε σώματα μάζας m_1 και $m_2 = 4m_1$ αντίστοιχα και όταν τα σώματα ισορροπούν, τα δύο ελατήρια έχουν υποστεί την ίδια επιμήκυνση. Απομακρύνουμε κατακόρυφα προς τα κάτω τα δύο σώματα από τη θέση ισορροπίας τους κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, οπότε αρχίζουν να εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις. Για τις ενέργειες ταλάντωσης E_1 , E_2 των δύο συστημάτων μάζας – ελατηρίου (1), (2) αντίστοιχα ισχύει:

- α) $E_2 = E_1$ β) $E_2 = 2E_1$ γ) $E_2 = 4E_1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 7)

Σωστή απάντηση η: γ

Ισχύει

$$m_1g = k_1y \text{ (1)}$$

$$m_2g = k_2y \text{ (2)}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} = 4 \text{ ή } k_2 = 4k_1$$

$$\text{Άρα } E_2 = \frac{1}{2}k_2d^2 = 4 \frac{1}{2}k_1d^2 = 4E_1$$

Θέμα 3°

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας u ενός υλικού σημείου μάζας $m = 0,5\text{Kg}$ που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι η: $u = 2\pi \cdot \text{συν}(2\pi t + \varphi_0)$ (S.I.). Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,25\text{s}$ η φάση της ταλάντωσης είναι $\varphi = \frac{2\pi}{3}$ rad.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος A της ταλάντωσης
(Μονάδες 4)
- β) Να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης.
(Μονάδες 5)
- γ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
(Μονάδες 8)
- δ) Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{4}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης.
(Μονάδες 8)

$$\text{Δίνεται: } \pi^2 = 10.$$

Λύση

α) Είναι: $u_{\max} = 2\pi \text{ m/s}$, $\omega = 2\pi \text{ rad/s}$

Για το πλάτος A της ταλάντωσης ισχύει: $A = \frac{u_{\max}}{\omega}$ ή $A = 1\text{m}$

β) Από την φάση για $t = t_1 = 0,25\text{s}$ προκύπτει:

$$\frac{2\pi}{3} = \frac{2\pi}{4} + \varphi_0 \text{ ή } \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

γ) Η σταθερά επαναφοράς είναι $D = m\omega^2$ ή $D = 20\text{N/m}$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης προκύπτει: $x = 1\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (S.I.)

Για τη δύναμη επαναφοράς προκύπτει:

$$F = -Dx \text{ ή } F = -20\eta\mu\left(2\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (S.I.)}$$

δ) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 1\text{s}$

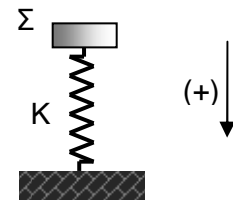
Για $t_2 = t_1 + \frac{T}{4} = 0,5\text{s}$ η απομάκρυνση είναι: $x = -0,5\text{m}$

Για το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας έχουμε

$$\left|\frac{du}{dt}\right| = |a| = \omega^2|x| \text{ ή } \left|\frac{du}{dt}\right| = 20 \text{ m/s}^2$$

Θέμα 4^ο

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 200\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένο ένα σώμα Σ μάζας $m = 8\text{Kg}$ το οποίο ισορροπεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να δείξετε ότι το σώμα Σ μπορεί να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης.

(Μονάδες 5)

Μετακινούμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του. Το αφήνουμε ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

γ) Να υπολογίσετε το πλάτος και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

(Μονάδες 6)

δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ όταν η δύναμη του ελατηρίου που δέχεται μηδενίζεται για πρώτη φορά.

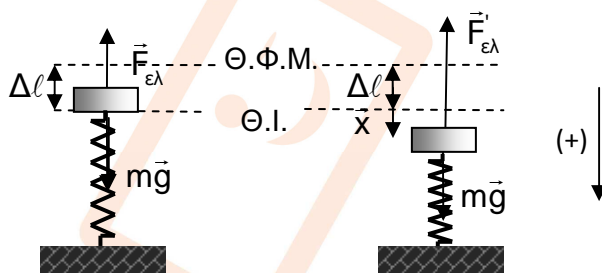
(Μονάδες 7)

Θεωρήστε θετική τη φορά προς τα κάτω.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

Λύση

α) Στη Θ.Ι.: $mg = F_{\epsilon\lambda}$ ή $mg = k\Delta\ell$ ή $\Delta\ell = \frac{mg}{k}$ (1)



Συσπειρώνουμε κατά x το ελατήριο και τότε:

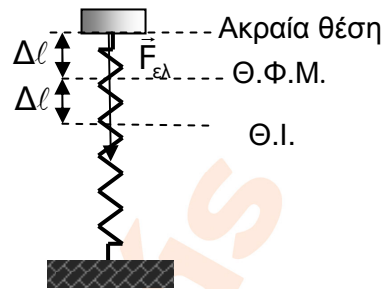
$$F = mg - k(x + \Delta\ell) \text{ ή } F = mg - kx - k\Delta\ell \text{ ή μέσω της (1)}$$

$$F = -kx \text{ (2)}$$

Άρα το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$

β) Ισχύει: $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ή $f = \frac{5}{2\pi} \text{ Hz}$

γ) Η δυναμική ενέργεια που αποθηκεύεται στο ελατήριο στη θέση όπου αφήνεται είναι ίση με αυτή που είναι αποθηκευμένη στο ελατήριο όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας, συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell$. Η θέση όπου αφήνεται το σώμα Σ αποτελεί ακραία θέση της ταλάντωσης του.



Το πλάτος A της ταλάντωσης του Σ ισούται με $A = 2\Delta\ell$ ή μέσω της σχέσης (1) $A = 2\frac{mg}{k}$ ή $A = 0,8\text{m}$

Έτσι

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \text{ ή } E = 64\text{J}$$

δ) Η δύναμη του ελατηρίου που δέχεται το σώμα Σ μηδενίζεται για πρώτη φορά όταν το σώμα διέρχεται από τη Θ.Φ.Μ. κατερχόμενο ($u > 0$).

$$\text{Τότε } x = -\Delta\ell = -\frac{mg}{k} = -0,4\text{m}$$

Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση προκύπτει:

$$K + U = E \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}kx^2 \text{ ή } u = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \text{ ή}$$

$$u = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$$

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΛΥΣΕΙΣ

Θέμα 1^ο

Οδηγία: Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό καθεμιάς από τις παρακάτω ερωτήσεις 1-4 δίπλα το γράμμα που αντιστοιχεί στη σωστή απάντηση.

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Ποια από τις παρακάτω σχέσεις μεταξύ της δύναμης επαναφοράς F και της απομάκρυνσης x από τη θέση ισορροπίας μπορεί να αναφέρεται στην ταλάντωση του;

α) $F = -20x$

γ) $F = +20x$

β) $F = +20x^2$

δ) $F = -20x^2$

(Μονάδες 5)

2. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση και τη χρονική στιγμή t η κινητική ενέργεια του σώματος είναι μέγιστη. Την ίδια χρονική στιγμή το σώμα βρίσκεται

α) στην αρνητική ακραία θέση της ταλάντωσης του

β) στη θέση ισορροπίας του

γ) στη θετική ακραία θέση της ταλάντωσης του

δ) σε μια οποιαδήποτε θέση της ταλάντωσης του

(Μονάδες 5)

3. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση περιόδου T . Αν τη χρονική στιγμή $t = 0$ το σώμα βρίσκεται στην θετική ακραία θέση της ταλάντωσης

του, τη χρονική στιγμή $t = \frac{3T}{4}$

α) το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος είναι μέγιστο

β) η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική

γ) η δυναμική ενέργεια της ταλάντωσης είναι μηδενική

δ) το σώμα βρίσκεται στη ακραία αρνητική θέση της ταλάντωσης του

(Μονάδες 5)

4. Ένα σώμα είναι προσδεμένο στο ένα άκρο ιδανικού οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς K και εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση γωνιακής συχνότητας $\omega = 2\text{rad/s}$. Αν το ίδιο σώμα προσδεθεί σε άλλο οριζόντιο ελατήριο σταθεράς $4K$ η γωνιακή συχνότητα της απλής αρμονικής ταλάντωσης που θα εκτελεί τότε θα είναι:

α) 1rad/s

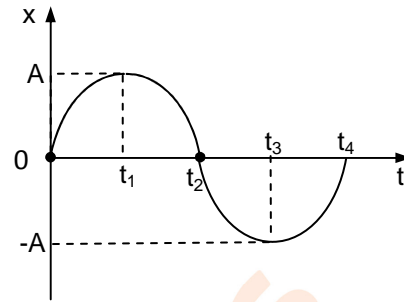
γ) 4rad/s

β) 2rad/s

δ) 8rad/s

(Μονάδες 5)

5. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση. Στο διπλανό διάγραμμα φαίνεται η γραφική παράσταση της απομάκρυνσης x του σώματος από τη θέση ισορροπίας σε συνάρτηση με το χρόνο t . Να χαρακτηρίσετε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ).



- α) Τη χρονική στιγμή t_1 η ταχύτητα του σώματος είναι μηδενική.
 β) Τη χρονική στιγμή t_3 το μέτρο της επιτάχυνσης του σώματος είναι μέγιστο.
 γ) Από τη χρονική στιγμή t_2 έως την χρονική στιγμή t_3 η κινητική ενέργεια του σώματος αυξάνεται.
 δ) Τη χρονική στιγμή t_4 το μέτρο της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης είναι μηδενικό.
 ε) Η αρχική φάση της ταλάντωσης είναι π rad.

(Μονάδες 5)

1. α
2. β
3. γ
4. γ
5. α)Σ β)Σ γ)Λ δ)Σ ε)Λ

Θέμα 2^ο

1. Ένα σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με πλάτος A . Όταν η απομάκρυνση του σώματος από τη θέση ισορροπίας είναι $x = +\frac{\sqrt{2}}{2}A$, τότε ο λόγος της δυναμικής ενέργειας U της ταλάντωσης προς την κινητική ενέργεια K του σώματος είναι:

- α) $\frac{1}{2}$ β) 1 γ) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

Σωστή απάντηση η: β

$$\frac{U}{K} = \frac{U}{E-U} = \frac{\frac{1}{2}Dx^2}{\frac{1}{2}DA^2 - \frac{1}{2}Dx^2} = \frac{x^2}{A^2 - x^2} = \frac{\left(\frac{\sqrt{2}}{2}A\right)^2}{A^2 - \left(\frac{\sqrt{2}}{2}A\right)^2} = \frac{\frac{A^2}{2}}{A^2 - \frac{A^2}{2}} = \frac{\frac{A^2}{2}}{\frac{A^2}{2}} = 1$$

2. Ένα σώμα μάζας $m = 4\text{Kg}$ εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση χωρίς αρχική φάση. Η χρονική εξίσωση της κινητικής του ενέργειας είναι η:

$$K = 8\sin^2(2t) \text{ (S.I.)}$$

Το πλάτος A της ταλάντωσης του είναι:

α) $A = 4\text{m}$ β) $A = 2\text{m}$ γ) $A = 1\text{m}$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 6)

Σωστή απάντηση η: γ

Από το σχέση έχουμε: $E = 8\text{J}$ και $\omega = 2\text{rad/s}$

$$\text{Όμως } E = \frac{1}{2}DA^2 = \frac{1}{2}m\omega^2A^2 \text{ ή } A = \sqrt{\frac{2E}{m\omega^2}} \text{ ή } A = 1\text{m}$$

3. Δύο ιδανικά ελατήρια (1) και (2) κρέμονται κατακόρυφα με το ένα άκρο τους ακλόνητα στερεωμένα στην οροφή. Στο ελεύθερο άκρο κάθε ελατηρίου κρεμάμε σώματα μάζας m_1 και $m_2 = 2m_1$ αντίστοιχα και όταν τα σώματα ισορροπούν, τα δύο ελατήρια έχουν υποστεί την ίδια επιμήκυνση. Απομακρύνουμε κατακόρυφα προς τα κάτω τα δύο σώματα από τη θέση ισορροπίας τους κατά d και τα αφήνουμε ελεύθερα, οπότε αρχίζουν να εκτελούν απλές αρμονικές ταλαντώσεις. Για τις ενέργειες ταλάντωσης E_1 , E_2 των δύο συστημάτων μάζας – ελατηρίου (1), (2) αντίστοιχα ισχύει:

α) $E_2 = 2E_1$ β) $E_2 = E_1$ γ) $E_2 = 4E_1$

Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

(Μονάδες 2)

Να αιτιολογήσετε την επιλογή σας.

(Μονάδες 7)

Σωστή απάντηση η: α

Ισχύει

$$m_1g = k_1y \text{ (1)}$$

$$m_2g = k_2y \text{ (2)}$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{k_2}{k_1} = \frac{m_2}{m_1} = 2 \text{ ή } k_2 = 2k_1$$

$$\text{Άρα } E_2 = \frac{1}{2}k_2d^2 = 2\frac{1}{2}k_1d^2 = 2E_1$$

Θέμα 3°

Η χρονική εξίσωση της ταχύτητας u ενός υλικού σημείου μάζας $m = 0,5\text{Kg}$ που εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση είναι η: $u = 4\pi \cdot \text{συν}(\pi t + \varphi_0)$ (S.I.). Τη χρονική στιγμή $t_1 = 0,25\text{s}$ η φάση της ταλάντωσης είναι $\varphi = \frac{5\pi}{12}$ rad.

- α) Να υπολογίσετε τη γωνιακή συχνότητα ω και το πλάτος A της ταλάντωσης
(Μονάδες 4)
- β) Να υπολογίσετε την αρχική φάση της ταλάντωσης.
(Μονάδες 5)
- γ) Να γράψετε την εξίσωση της δύναμης επαναφοράς της ταλάντωσης σε συνάρτηση με το χρόνο.
(Μονάδες 8)
- δ) Να υπολογίσετε το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας τη χρονική στιγμή $t_2 = t_1 + \frac{T}{8}$, όπου T η περίοδος της ταλάντωσης.
(Μονάδες 8)

Δίνεται: $\pi^2 = 10$.

Λύση

α) Είναι: $u_{\max} = 4\pi$ m/s, $\omega = \pi$ rad/s

Για το πλάτος A της ταλάντωσης ισχύει: $A = \frac{u_{\max}}{\omega}$ ή $A = 4\text{m}$

β) Από την φάση για $t = t_1 = 0,25\text{s}$ προκύπτει:

$$\frac{5\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + \varphi_0 \text{ ή } \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad}$$

γ) Η σταθερά επαναφοράς είναι $D = m\omega^2$ ή $D = 5\text{N/m}$

Η εξίσωση της απομάκρυνσης προκύπτει: $x = 4\eta\mu\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right)$ (S.I.)

Για τη δύναμη επαναφοράς προκύπτει:

$$F = -Dx \text{ ή } F = -20\eta\mu\left(\pi t + \frac{\pi}{6}\right) \text{ (S.I.)}$$

δ) Η περίοδος της ταλάντωσης είναι: $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\text{s}$

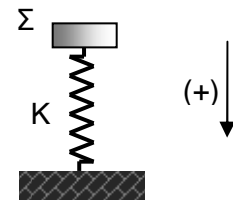
Για $t_2 = t_1 + \frac{T}{8} = 0,5\text{s}$ η απομάκρυνση είναι: $x = 2\sqrt{3}$ m

Για το μέτρο του ρυθμού μεταβολής της ταχύτητας έχουμε

$$\left|\frac{du}{dt}\right| = |a| = \omega^2|x| \text{ ή } \left|\frac{du}{dt}\right| = 20\sqrt{3} \text{ m/s}^2$$

Θέμα 4^ο

Στο πάνω άκρο κατακόρυφου ιδανικού ελατηρίου σταθεράς $k = 50\text{N/m}$ είναι συνδεδεμένο ένα σώμα Σ μάζας $m = 2\text{Kg}$ το οποίο ισορροπεί. Το άλλο άκρο του ελατηρίου είναι ακλόνητα στερεωμένο στο έδαφος όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.



α) Να δείξετε ότι το σώμα Σ μπορεί να εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 7)

β) Να υπολογίσετε τη συχνότητα της ταλάντωσης.

(Μονάδες 5)

Μετακινούμε το σώμα Σ κατακόρυφα προς τα πάνω μέχρι τη θέση όπου η δυναμική ενέργεια του ελατηρίου είναι ίση με τη δυναμική ενέργεια του ελατηρίου όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας του. Το αφήνουμε ελεύθερο και αρχίζει να εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση.

γ) Να υπολογίσετε το πλάτος και την ολική ενέργεια της ταλάντωσης.

(Μονάδες 6)

δ) Να υπολογίσετε την ταχύτητα του σώματος Σ όταν η δύναμη του ελατηρίου που δέχεται μηδενίζεται για πρώτη φορά.

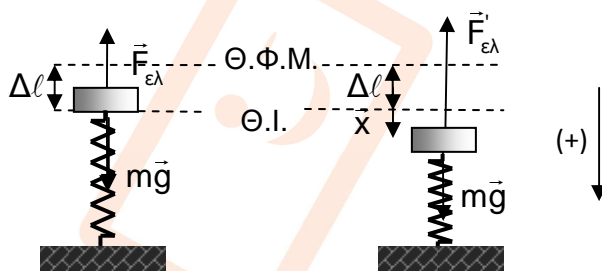
(Μονάδες 7)

Θεωρήστε θετική τη φορά προς τα κάτω.

Δίνεται: $g = 10\text{m/s}^2$.

Λύση

α) Στη Θ.Ι.: $mg = F_{\epsilon\lambda}$ ή $mg = k\Delta\ell$ ή $\Delta\ell = \frac{mg}{k}$ (1)



Συσπειρώνουμε κατά x το ελατήριο και τότε:

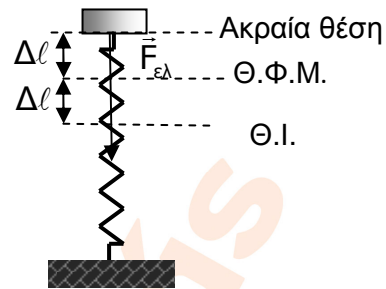
$$F = mg - k(x + \Delta\ell) \text{ ή } F = mg - kx - k\Delta\ell \text{ ή μέσω της (1)}$$

$$F = -kx \text{ (2)}$$

Άρα το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση με $D = k$

β) Ισχύει: $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$ ή $f = \frac{5}{2\pi} \text{ Hz}$

γ) Η δυναμική ενέργεια που αποθηκεύεται στο ελατήριο στη θέση όπου αφήνεται είναι ίση με αυτή που είναι αποθηκευμένη στο ελατήριο όταν το σώμα βρίσκεται στη θέση ισορροπίας, συσπειρωμένο κατά $\Delta\ell$. Η θέση όπου αφήνεται το σώμα Σ αποτελεί ακραία θέση της ταλάντωσης του.



Το πλάτος A της ταλάντωσης του Σ ισούται με $A = 2\Delta\ell$ ή μέσω της σχέσης (1) $A = 2\frac{mg}{k}$ ή $A = 0,8\text{m}$

Έτσι

$$E = \frac{1}{2}kA^2 \text{ ή } E = 16\text{J}$$

δ) Η δύναμη του ελατηρίου που δέχεται το σώμα Σ μηδενίζεται για πρώτη φορά όταν το σώμα διέρχεται από τη Θ.Φ.Μ. κατερχόμενο ($v > 0$).

$$\text{Τότε } x = -\Delta\ell = -\frac{mg}{k} = -0,4\text{m}$$

Εφαρμόζοντας Α.Δ.Ε. για την ταλάντωση προκύπτει:

$$K + U = E \text{ ή}$$

$$\frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \text{ ή } v = \sqrt{\frac{k}{m}(A^2 - x^2)} \text{ ή}$$

$$v = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$$