ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
(1η σειρά)

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Τι ονομάζεται γραμμικός συνδυασμός δύο διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\beta}$ του επιπέδου;

(Μονάδες 6)

β) Να αποδείξετε ότι η απόσταση (ΑΒ) μεταξύ δύο σημείων $A(x_1,y_1)$ και $B(x_2,y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου δίνεται από τον τύπο:
$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

(Μονάδες 9)

Β. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Τα αντίρροπα διανύσματα είναι πάντα αντίθετα.

β) Η σχέση $|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|=|\vec{\alpha}|+|\vec{\beta}|$ ισχύει όταν $\vec{\alpha}\nearrow\nearrow\vec{\beta}$

γ) Αν $\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta}$ με $\lambda\in\mathbb{R}$, τότε $\vec{\alpha}\nearrow\nearrow\vec{\beta}$

δ) Το $\vec{\alpha}=(\kappa,\lambda)$ γράφεται και $\vec{\alpha}=\kappa\vec{i}+\lambda\vec{j}$

ε) Αν $\vec{\alpha}=(0,y)$ με $y\neq 0$, τότε $\vec{\alpha}\,//\,y'y$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\overrightarrow{AB}=\vec{\alpha}-2\vec{\beta}$, $\overrightarrow{A\Gamma}=\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$ όπου $\vec{\alpha},\vec{\beta}$ δύο μη συγγραμμικά διανύσματα του επιπέδου. Αν Σ είναι σημείο της ΒΓ τέτοιο ώστε $(B\Sigma)=4(\Sigma\Gamma)$ και $|\vec{\alpha}|=1$, $|\vec{\beta}|=\frac{1}{2}$, τότε να δείξετε ότι:

i) $\overrightarrow{A\Sigma}=\vec{\alpha}+2\vec{\beta}$ **(Μονάδες 12)**

ii) $|\overrightarrow{A\Sigma}|\leq 2$ **(Μονάδες 5)**

iii) Το διάνυσμα $\vec{x}=-\frac{1}{2}\vec{\alpha}-\vec{\beta}$ είναι αντίρροπο με το $\overrightarrow{A\Sigma}$ **(Μονάδες 8)**

ΘΕΜΑ 3^{ο}

Α. Να βρείτε τις τιμές των κ, $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες τα διανύσματα $\vec{x} = (\kappa + 1, 2\lambda - 3)$ και $\vec{y} = (1 - \lambda, 3 - 5\kappa)$ είναι ίσα.

(Μονάδες 6)

Β. Για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ τα διανύσματα $\vec{u} = (\mu, -2)$ και $\vec{v} = (-1, \mu + 1)$ είναι αντίρροπα;

(Μονάδες 8)

Γ. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = 2\vec{\alpha} - \vec{\beta}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{\alpha} + 3\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{O\Gamma} = \frac{5}{3}\vec{\alpha} + \frac{1}{3}\vec{\beta}$,

όπου $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη συγγραμμικά διανύσματα του επιπέδου.

i) Να γράψετε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ **(Μονάδες 7)**

ii) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά. **(Μονάδες 4)**

ΘΕΜΑ 4^{ο}

Δίνονται τα σημεία $A(-4, 1)$, $B(2, 3)$, $\Gamma(-2, -5)$

i) Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{B\Gamma}, \overrightarrow{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι τα Α, Β, Γ είναι κορυφές τριγώνου.

(Μονάδες 9)

ii) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. **(Μονάδες 6)**

iii) Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα $\overrightarrow{AB} - 3\vec{i} - \left(2 + \sqrt{3}\right)\vec{j}$ με τον άξονα x΄x

(Μονάδες 5)

iv) Να βρείτε σημείο Μ (που δεν είναι σημείο του άξονα x΄x), τέτοιο ώστε:

$$\overrightarrow{AM} = \frac{1}{4}\overrightarrow{B\Gamma} + \left|\overrightarrow{MA}\right| \cdot \left(\overrightarrow{AB} + (-5, -1)\right)$$

(Μονάδες 5)

Ευχόμαστε επιτυχία!!!

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ ΣΤΑ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
(2η σειρά)

ΘΕΜΑ 1ο

Α. α) Τι ονομάζεται συντελεστής διεύθυνσης του διανύσματος $\vec{\alpha}=(x,\ y)$; **(Μονάδες 6)**

β) Έστω δύο σημεία $A(x_1, y_1)$ και $B(x_2, y_2)$ του καρτεσιανού επιπέδου.
Αν (x, y) είναι οι συντεταγμένες του μέσου Μ του ΑΒ, τότε να αποδείξετε
ότι ισχύουν $x=\dfrac{x_1+x_2}{2}$ και $y=\dfrac{y_1+y_2}{2}$

(Μονάδες 9)

Β. Να χαρακτηρίσετε ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ) καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Τα αντίθετα διανύσματα είναι αντίρροπα.

β) Η σχέση $\left||\vec{\alpha}|-|\vec{\beta}|\right|=|\vec{\alpha}+\vec{\beta}|$ ισχύει πάντα όταν $\vec{\alpha}\nearrow\nearrow\vec{\beta}$

γ) Αν $\vec{\alpha}=\lambda\vec{\beta}$ με $\lambda\in(0,+\infty)$, τότε $\vec{\alpha}\nearrow\nearrow\vec{\beta}$

δ) Το $\vec{\alpha}=(\kappa,\lambda)$, $\kappa\neq 0$, $\lambda\neq 0$, $\kappa\neq\lambda$ γράφεται και $\vec{\alpha}=\lambda\vec{i}+\kappa\vec{j}$

ε) Αν $\vec{\alpha}=(x,0)$ με $x\neq 0$, τότε $\vec{\alpha}\,//\,x'x$

(Μονάδες 10)

ΘΕΜΑ 2ο

Σε τρίγωνο ΑΒΓ είναι $\overrightarrow{AB}=3\vec{\alpha}-6\vec{\beta}$, $\overrightarrow{A\Gamma}=\vec{\alpha}+6\vec{\beta}$ όπου $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη συγγραμμικά διανύσματα του επιπέδου. Αν Κ είναι σημείο της ΒΓ τέτοιο ώστε $(BK)=5(K\Gamma)$ και $|\vec{\alpha}|=\dfrac{3}{4}$, $|\vec{\beta}|=\dfrac{1}{4}$, τότε να δείξετε ότι:

i) $\overrightarrow{AK}=4\left(\dfrac{1}{3}\vec{\alpha}+\vec{\beta}\right)$ **(Μονάδες 12)**

ii) $|\overrightarrow{AK}|\leq 2$ **(Μονάδες 5)**

iii) Το διάνυσμα $\vec{u}=\vec{\alpha}+3\vec{\beta}$ είναι ομόρροπο με το $\overrightarrow{AK}$ **(Μονάδες 8)**

ΘΕΜΑ 3ο

Α. Να βρείτε τις τιμές των κ, $\lambda \in \mathbb{R}$ για τις οποίες τα διανύσματα $\vec{x} = (1-\kappa,\ 2\lambda)$ και $\vec{y} = (2-4\lambda,\ 2-\kappa)$ είναι ίσα.

(Μονάδες 6)

Β. Για ποιες τιμές του $\mu \in \mathbb{R}$ τα διανύσματα $\vec{u} = (\mu-2, 2)$ και $\vec{v} = (4, \mu)$ είναι ομόρροπα;

(Μονάδες 8)

Γ. Δίνονται τα διανύσματα $\overrightarrow{OA} = \vec{\alpha} + \vec{\beta}$, $\overrightarrow{OB} = 2\vec{\alpha} - 3\vec{\beta}$ και $\overrightarrow{O\Gamma} = 5\vec{\alpha} - 15\vec{\beta}$, όπου $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ δύο μη συγγραμμικά διανύσματα του επιπέδου.

i) Να γράψετε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{A\Gamma}$ ως γραμμικό συνδυασμό των $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ **(Μονάδες 7)**

ii) Να αποδείξετε ότι τα σημεία Α, Β, Γ είναι συνευθειακά. **(Μονάδες 4)**

ΘΕΜΑ 4ο

Δίνονται τα σημεία $A(2, -3)$, $B(-1, -2)$, $\Gamma(4, 3)$

i) Να βρείτε τα διανύσματα $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{B\Gamma}$, $\overrightarrow{A\Gamma}$ και να αποδείξετε ότι τα Α, Β, Γ είναι κορυφές τριγώνου.

(Μονάδες 9)

ii) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ΑΒΓ είναι ορθογώνιο. **(Μονάδες 6)**

iii) Να βρείτε τη γωνία φ που σχηματίζει το διάνυσμα $\overrightarrow{B\Gamma} - \vec{i} - \vec{j}$ με τον άξονα x΄x

(Μονάδες 5)

iv) Να βρείτε σημείο Μ, τέτοιο ώστε: $\overrightarrow{\Gamma M} = \overrightarrow{AB} - \left|\overrightarrow{MB}\right| \cdot \left(\overrightarrow{A\Gamma} - (2,5)\right)$ **(Μονάδες 5)**

Ευχόμαστε επιτυχία!!!