ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Γ΄ ΤΑΞΗΣ
ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ: *24/ 05 / 2012*

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ***ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι***

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Α1 . Θεωρία σχολικού βιβλίου σελίδα 81

Α2. α) **Σ** β) **Σ** γ) **Λ** δ) **Σ** ε) **Σ**

Α3. **α)** $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=[\ln x]_{\alpha}^{\beta}=\ln\beta-\ln\alpha$

β) $(g\circ f)'(x)=g'(f(x))\cdot f'(x)$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta}c\,dx=c\cdot(\beta-\alpha)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. Γνωρίζουμε ότι: $v_1+v_2+v_3+v_4+v_5=v$.

Επομένως έχουμε: $6+5+4+\kappa+2\kappa+1=25\Leftrightarrow 3\kappa+16=25\Leftrightarrow 3\kappa=9\Leftrightarrow \boxed{\kappa=3}$

Β2. Σύμφωνα με τους τύπους: $f_i=\frac{v_i}{v}\cdot 100\%$ και $N_i=N_{i-1}+v_i$ ο πίνακας γίνεται:

x_i	v_i	N_i	$f_i\%$	$x_i v_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
Σύνολο	25		**100**	**75**

B3. $\bar{x} = \dfrac{x_1v_1 + x_2v_2 + x_3v_3 + x_4v_4 + x_5v_5}{v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5} = \dfrac{75}{25} = 3$ Άρα $\boxed{\bar{x} = 3}$ ώρες

Έχουμε 25 παρατηρήσεις επομένως η διάμεσος θα είναι η 13η παρατήρηση,

άρα $\boxed{\delta = 3}$ ώρες (αφού $x_{12} = x_{13} = x_{14} = x_{15} = 3$).

B4. Το ποσοστό των μαθητών που διαβάζουν τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως είναι:

$f_3\% + f_4\% + f_5\%$, δηλαδή $16\% + 12\% + 28\% = 56\%$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}(\alpha x^2 + \beta x) = \alpha 1 + \beta 1^2 = \alpha + \beta$

Γ2. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x-1}{\sqrt{x+3} - 2} = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}-2)(\sqrt{x+3}+2)} =$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(\sqrt{x+3}^2 - 2^2)} = \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(x+3-4)} =$$

$$= \lim_{x\to 1^+} \frac{(x-1)(\sqrt{x+3}+2)}{(x-1)} = \lim_{x\to 1^+}(\sqrt{x+3}+2) = \sqrt{1+3} + 2 = 4$$

Γ3. Για να είναι η f συνεχής στο $x_0 = 1$, θα πρέπει $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$, επομένως

θα πρέπει: $\alpha + \beta = 4$

Για να διέρχεται η C_f από το Α(-1,2), θα πρέπει:

f(-1)=2 ,άρα $\alpha(-1)^2 + \beta(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 2$

Λύνουμε το σύστημα των 2 εξισώσεων και έχουμε :

$$\begin{cases} \alpha + \beta = 4 \\ \alpha - \beta = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 4 \\ \alpha = \beta + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \beta + 2 + \beta = 4 \\ \alpha = \beta + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\beta = 2 \\ \alpha = \beta + 2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \boxed{\beta = 1} \\ \boxed{\alpha = 3} \end{cases}$$

Επομένως τα α, β είναι: α=3 και β=1

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Είναι $f(x)=3x^2-2x-1$, $x\in\mathbb{R}$, επομένως $F(x)=x^3-x^2-x+c$, $c\in\mathbb{R}$

αφού $F'(x)=(x^3)'-(x^2)'-(x)'+c'=3x^2-2x-1=f(x)$

Έχουμε $F(0)=1 \Leftrightarrow 0^3-0^2-0+c=1 \Leftrightarrow \boxed{c=1}$.

Συνεπώς η παράγουσα F της f έχει τύπο: $F(x)=x^3-x^2-x+1,\ x\in\mathbb{R}$

Δ2. Είναι $F(x)=x^3-x^2-x+1$, $x\in\mathbb{R}$ με $F'(x)=f(x)=3x^2-2x-1$

Έχουμε $f(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-2x-1=0$ που έχει ρίζες: $x=1,\ \ x=-\dfrac{1}{3}$ (Δ=16).

Ο πίνακας μεταβολών της f και προσήμου της f ′ είναι:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$F'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$F(x)$		$\nearrow$	Τ.ΜΕΓ. $F\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{32}{27}$	$\searrow$	Τ.ΕΛ. $F(1)=0$	$\nearrow$	

Αφού $F\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\left(-\dfrac{1}{3}\right)^3-\left(-\dfrac{1}{3}\right)^2-\left(-\dfrac{1}{3}\right)+1=-\dfrac{1}{27}-\dfrac{1}{9}+\dfrac{1}{3}+1=\dfrac{32}{27}$ και

$F(1)=0$

Η F είναι γνησίως αύξουσα στα διαστήματα $(-\infty,-\dfrac{1}{3}]$, $[1,+\infty)$ και γνησίως φθίνουσα στο διάστημα $[-\dfrac{1}{3},1]$. Παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_1=-\dfrac{1}{3}$, το $F\left(-\dfrac{1}{3}\right)=\dfrac{32}{27}$ και τοπικό ελάχιστο στο $x_2=1$, το $F(1)=0$

Δ3. Τα σημεία 2011,2012 ανήκουν στο διάστημα $[1,+\infty)$ όπου η F είναι γνησίως αύξουσα και 2001<2012, άρα $F(2011)<F(2012)$.

Δ4. Για την $f(x)=3x^2-2x-1$ είναι: $f(x)\le 0$ για $x\in[0,1]$,

άρα το εμβαδόν Ε του χωρίου Ω υπολογίζεται ως εξής:

$$E=\int_0^1(-f(x))dx=\int_0^1(-3x^2+2x+1)dx=\left[-x^3+x^2+x\right]_0^1=(-1+1+1)-0=1 \text{ τ.μ.}$$