ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. α

Α3. γ

Α4. δ

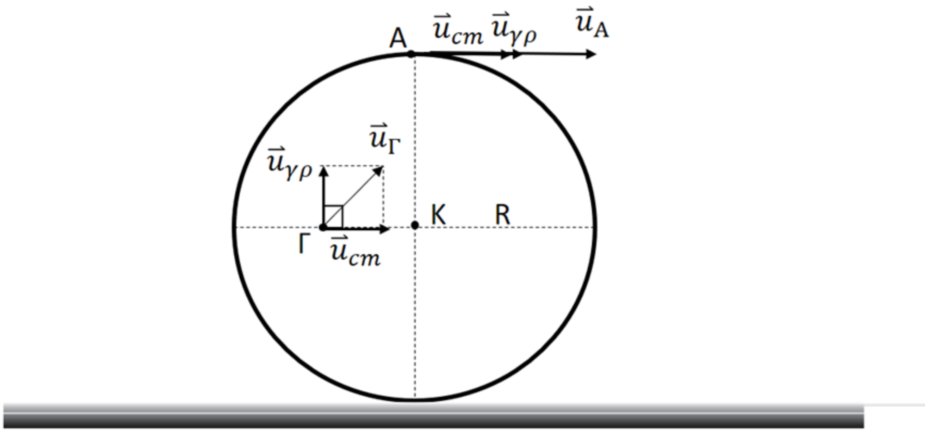
Α5. α) Σωστό
β) Λάθος
γ) Σωστό
δ) Σωστό
ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1.

α) Σωστή απάντηση είναι η (iii)

β)



Για το σημείο Α ισχύει της περιφέρειας του τροχού που εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση ισχύει ότι:

$$\upsilon_{cm} = \upsilon_{\gamma\rho A} = \omega R$$

Οπότε $\vec{\upsilon}_A = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho}$ ή $\upsilon_A = \upsilon_{cm} + \upsilon_{\gamma\rho}$ ή

$$\upsilon_A = 2\upsilon_{cm} = 2\omega R$$

Για το σημείο Γ ισχύει: $\vec{\upsilon}_\Gamma = \vec{\upsilon}_{cm} + \vec{\upsilon}_{\gamma\rho}$ ή

$$\upsilon_\Gamma = \sqrt{{\upsilon_{cm}}^2 + \upsilon_{\gamma\rho\Gamma}^2} = \sqrt{\omega^2 R^2 + \omega^2\left(\frac{R}{2}\right)^2} \text{ ή}$$

$\upsilon_\Gamma = \sqrt{\frac{5}{4}\omega^2 R^2}$ ή $\upsilon_\Gamma = \frac{\sqrt{5}}{2}\omega R$

Οπότε ο λόγος των μέτρων των ταχυτήτων ισούται με: $\frac{\upsilon_\Gamma}{\upsilon_A} = \frac{\frac{\sqrt{5}}{2}\omega R}{2\omega R}$ ή $\frac{\upsilon_\Gamma}{\upsilon_A} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

Β2. α) Σωστή απάντηση είναι η (ii)

β)

Η κρούση των σωμάτων είναι Κεντρική και ελαστική.

Από το σύστημα εξισώσεων της Αρχής Διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) και της Αρχής Διατήρησης της Κινητικής Ενέργειας (ΑΔΚΕ) προκύπτουν οι τύποι:

$\upsilon_1{}' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1$ και $\upsilon_2{}' = \frac{2\,m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$

Το ποσοστό της Κινητικής Ενέργειας της σφαίρας Σ_1 που μεταφέρθηκε στη σφαίρα Σ_2 ισούται με:

$\Pi_1\% = \frac{K_{1\alpha\rho\chi} - K_{1\tau\varepsilon\lambda}}{K_{1\alpha\rho\chi}} 100\%$ ή $\Pi_1\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2 - \frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^{'2}}{\frac{1}{2} m_1 \upsilon_1^2} 100\%$ ή

$\Pi_1\% = \frac{\upsilon_1^2 - \upsilon_1^{'2}}{\upsilon_1^2} 100\%$ ή $\Pi_1\% = \frac{\upsilon_1^2 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} \upsilon_1^2}{\upsilon_1^2} 100\%$ ή $\Pi_1\% = (1 - \frac{(m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2})100\%$ ή

$\Pi_1\% = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_1 - m_2)^2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$ ή $\Pi_1\% = \frac{m_1^2 + 2 m_1 m_2 + m_2^2 - m_1^2 + 2 m_1 m_2 - m_2^2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$ ή

$\Pi_1\% = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$ (1)

Ομοίως:

$\upsilon_2' = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} \upsilon_2$ και $\upsilon_1' = \frac{2 m_2}{m_1 + m_2} \upsilon_2$

Το ποσοστό $\Pi_2\% = \frac{K_{2\alpha\rho\chi} - K_{2\tau\varepsilon\lambda}}{K_{2\alpha\rho\chi}} 100\%$ ή $\Pi_2\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2 - \frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^{'2}}{\frac{1}{2} m_2 \upsilon_2^2} 100\%$ ή

$\Pi_2\% = \frac{\upsilon_2^2 - \upsilon_2^{'2}}{\upsilon_2^2} 100\%$ ή $\Pi_2\% = \frac{\upsilon_2^2 - \frac{(m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} \upsilon_2^2}{\upsilon_2^2} 100\%$ ή

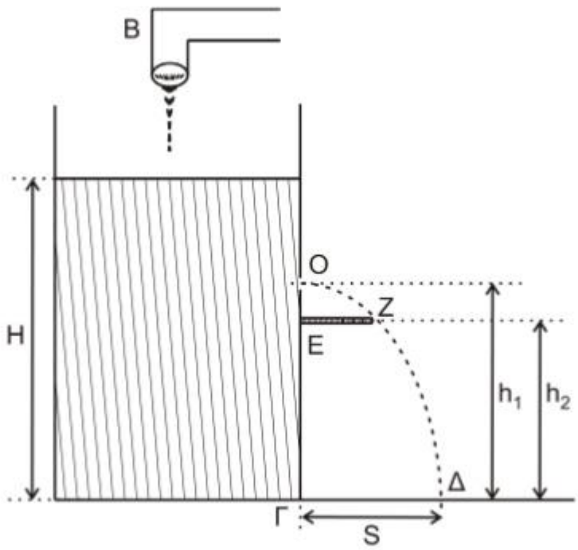
$\Pi_2\% = \frac{(m_1 + m_2)^2 - (m_2 - m_1)^2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$ ή $\Pi_2\% = \frac{4 m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} 100\%$ (2)

Δηλαδή $\Pi_1\% = \Pi_2\%$

Β3.

α) Σωστή απάντηση η (i).

β)



Η στάθμη του ρευστού διατηρείται σταθερή οπότε η εισερχόμενη παροχή ρευστού είναι ίση με την εξερχόμενη.
Άρα η παροχή της βρύσης είναι ίση με την παροχή της οπής.
Το ρευστό εκτελεί οριζόντια βολή και διανύει στον οριζόντιο άξονα απόσταση s στο χρονικό διάστημα που απαιτείται για να πέσει από το ύψος h_1.

$$s = \upsilon \cdot t_1 \quad (1)$$

Το ρευστό διέρχεται οριακά δίπλα από το άκρο Ζ της ράβδου.
Άρα διανύει οριζόντια απόσταση ίση με s/2 σε χρόνο ίσο με τον χρόνο που χρειάζεται για να διανύσει κατακόρυφη απόσταση $y = h_1 - h_2$.

$$\frac{s}{2} = \upsilon \cdot t_2 \quad (2)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις σχέσεις (1),(2) προκύπτει:

$$\frac{s}{\frac{s}{2}} = \frac{\upsilon \cdot t_1}{\upsilon \cdot t_2} \Leftrightarrow \frac{\upsilon \cdot t_1}{\upsilon \cdot t_2} = 2 \Leftrightarrow t_1 = 2t_2$$

Άρα λόγω οριζόντιας βολής :

$$h_1 = \frac{1}{2} g t_1^{\,2}$$

$$h_1 - h_2 = \frac{1}{2} g t_2^{\,2}$$

Οπότε με διαίρεση κατά μέλη

$$\frac{h_1}{h_1-h_2}=\frac{\frac{1}{2}g{t_1}^2}{\frac{1}{2}g{t_2}^2}=\frac{{t_1}^2}{{t_2}^2}=\frac{(2t_2)^2}{{t_2}^2}=4$$

Οπότε φέρνουμε το αποτέλεσμα σε γραμμική μορφή:

$$h_1=4(h_1-h_2)\Leftrightarrow h_1=4h_1-4h_2\Leftrightarrow 3h_1=4h_2$$

$$h_1=\frac{4}{3}h_2$$

Επειδή $h_2=\frac{21}{32}\mathrm{H}$:

$$h_1=\frac{4}{3}\cdot\frac{21}{32}\mathrm{H}=\frac{7}{8}\mathrm{H}$$

Επειδή η διατομή της οπής είναι κατά πολύ μικρότερη της διατομής του ανοικτού δοχείου η ταχύτητα με την οποία κατεβαίνει η στάθμη είναι αμελητέα.

Εφαρμόζουμε Bernoulli μεταξύ του ανώτερου σημείου του ρευστού και της οπής επιλέγοντας ως σημείο αναφοράς δυναμικής ενέργειας το έδαφος:

$$P_{atm}+\rho\cdot g\cdot H=P_{atm}+\rho\cdot g\cdot\frac{7}{8}H+\frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon^2$$

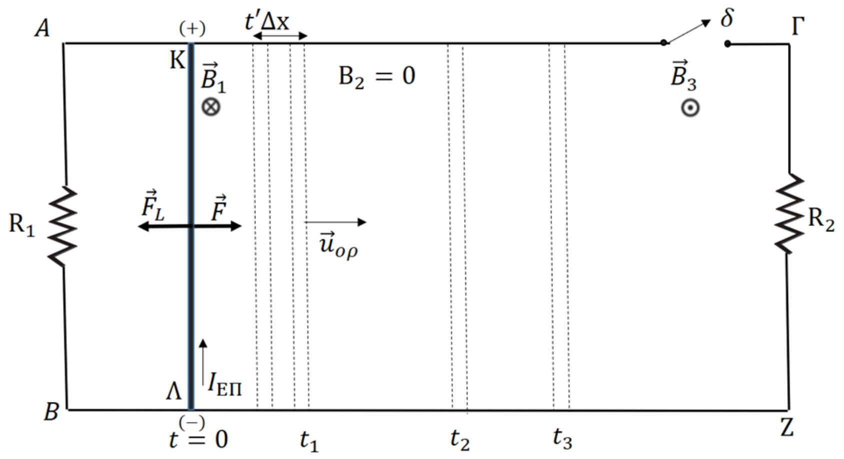
$$\frac{1}{2}\rho\cdot\upsilon^2=\rho\cdot g\cdot\frac{H}{8}\Leftrightarrow\upsilon^2=g\cdot\frac{H}{4}\Leftrightarrow\upsilon=\frac{\sqrt{g\cdot H}}{2}$$

Οπότε τελικά η παροχή της βρύσης είναι ίση με:

$$\Pi=A\cdot\upsilon=\frac{A}{2}\sqrt{g\cdot H}$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.



Μετά την χρονική στιγμή t=0, εφόσον στον αγωγό ασκείται μια εξωτερική δύναμη $\vec{F}$, στον βρόγχο ΚΛΔΑΚ μεταβάλλεται η μαγνητική ροή. Επομένως, στα άκρα του αγωγού ΚΛ εμφανίζεται μία επαγωγική τάση. Λόγω του κανόνα του Lenz θα ασκηθεί δύναμη Laplace ($\vec{F}_L$) η οποία θα αντιστέκεται στο αίτιο δημιουργίας της. Επομένως θα είναι αντίρροπη της $\vec{F}$.

$$E_{\varepsilon\pi} = \frac{|\Delta\Phi|}{\Delta t} = \frac{B \cdot \Delta S}{\Delta t} = B \cdot \frac{L \cdot \Delta x}{\Delta t}$$

$$E_{\varepsilon\pi} = B\upsilon L \ (1)$$

Το κύκλωμα είναι κλειστό επομένως έχουμε τη δημιουργία επαγωγικού ρεύματος $I_{E\Pi}$.

$$I_{E\Pi} = \frac{E_{\varepsilon\pi}}{R_{K\Lambda} + R_1} \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$I_{E\Pi} = \frac{B\upsilon L}{R_{K\Lambda} + R_1} \ (2)$$

Η δύναμη Laplace θα έχει μέτρο $F_L = BI_{E\Pi}L \overset{(2)}{\Rightarrow} F_L = \frac{B^2L^2}{R_{K\Lambda}+R_1}\upsilon \ (3)$

$\Sigma F = ma$ ή $F - F_L = ma$ ή $F - \frac{B^2L^2}{R_{K\Lambda}+R_1}\upsilon = ma \ (4)$

Όσο αυξάνεται η ταχύτητα μεγαλώνει το μέτρο της δύναμης $\vec{F}_L$, επομένως το μέτρο της $\overrightarrow{\Sigma F}$ μειώνεται με συνέπεια να έχουμε μεταβαλλόμενη επιτάχυνση με μειούμενο μέτρο.

Άρα η κίνηση είναι μία ευθύγραμμη επιταχυνόμενη κίνηση με συνεχώς μεταβαλλόμενο (μειούμενο) μέτρο επιτάχυνσης μέχρι να μηδενιστεί το μέτρο της.

Το μέτρο της ταχύτητας συνεχώς αυξάνεται, επομένως αυξάνεται η $E_{\varepsilon\pi}$, έπειτα το μέτρο του επαγωγικού ρεύματος και κατά συνέπεια το μέτρο της $\vec{F}_L$.

Άρα, η $\Sigma\vec{F}$ συνεχώς έχει μειούμενο μέτρο μέχρι να μηδενιστεί.

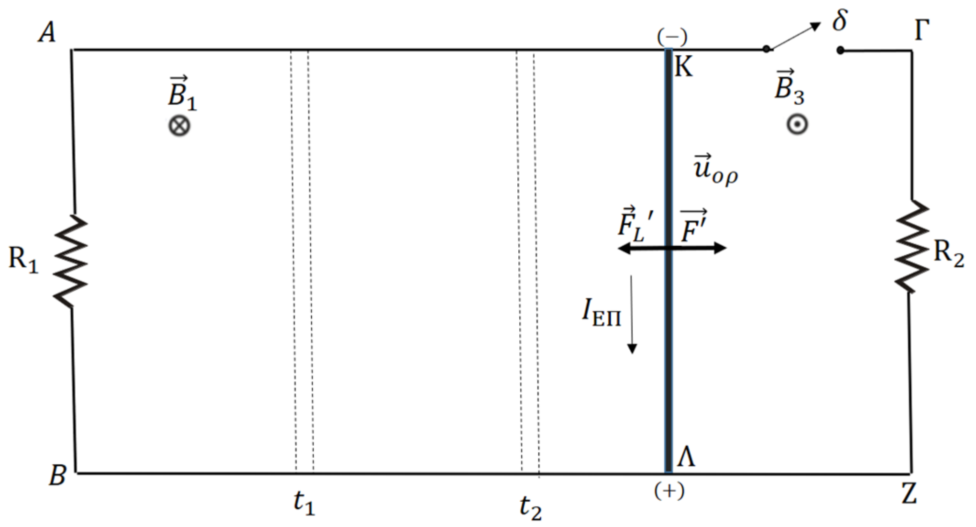
(4) $\xRightarrow{\alpha=0,\ u=u_{o\rho}} F - \frac{B^2L^2}{R_{K\Lambda}+R_1}\upsilon_{o\rho}$ ή $\upsilon_{o\rho} = \frac{F(R_{K\Lambda}+R_1)}{B^2L^2} = \frac{0{,}8\ (2+3)}{1\cdot 1}$ ή $\upsilon_{o\rho} = 4m/s$

Γ2.

Την χρονική στιγμή t_1 παύει να ασκείται η δύναμη $\vec{F}$ και ταυτόχρονα η $\vec{F}_L$ διότι ο αγωγός κινείται σε χώρο όπου δεν υπάρχει Ο.Μ.Π.

Η ράβδος εκτελεί Ε.Ο.Κ με $\Sigma F = 0$.

Την χρονική στιγμή t_2 εισέρχεται σε Ο.Μ.Π με $\upsilon = \upsilon_{o\rho} = 4m/s$



Στα άκρα του αγωγού αναπτύσσεται τάση από επαγωγή, η πολικότητα της οποίας φαίνεται στο σχήμα. Ο αγωγός διαρρέεται από $I_{ΕΠ}$ οπότε ασκείται $\vec{F}_L$. Επομένως, για να έχουμε κίνηση με $υ = υ_{ορ}$ θα πρέπει:

$ΣF = 0$ ή F'=F_L ή $F_L = \frac{B^2L^2}{R_{ΚΛ}+R_1}u_{ορ}$ ή $F_L = \frac{1\cdot 1\cdot 5}{5}$ ή $F_L = 0{,}8N$

Γ3.

$$q_{ΕΠ} = \frac{ΔΦ}{R_{ολ}} (από\ νόμο\ Neumann)$$

από όπου $ΔΦ = 0{,}2 \cdot 5\, Wb$ ή $ΔΦ = 1\, Wb$

$επίσης\ ΔΦ = B_3 \cdot ΔS\ ή\ ΔS = 1\, m^2$

Ακόμα, $ΔS = L \cdot Δx$ ή $Δx = 1m$

Η θερμότητα $Q = |W_{FL}| = |F_L \cdot Δx| = |F' \cdot Δx|\ ή\ Q = 0{,}8 \cdot 1 = 0{,}8J$

2ος τρόπος

Επειδή το ρεύμα είναι σταθερό και ίσο με 0,8 A μπορούμε να υπολογίσουμε τη θερμότητα από την σχέση $Q = {I_{ΕΠ}}^2 \cdot R_{ολ} \cdot Δt$,

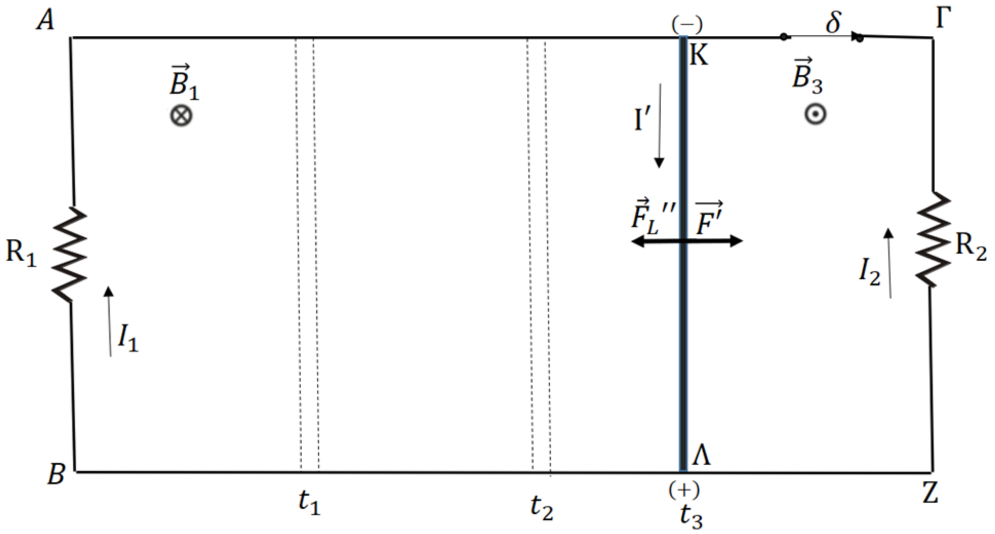
όπου $Δt = \frac{Δx}{υ_{ορ}}$

Γ4. Όταν κλείσει ο διακόπτης οι αντιστάσεις $R_1\ και\ R_2$ συνδέονται παράλληλα άρα

$R_{εξ} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 1Ω$

Επειδή αποκτά οριακή ταχύτητα ισχύει ότι:

$$\Sigma F = 0 \text{ ή } F_L' = F' \text{ ή } F' = BI'L \text{ ή } I' = 0{,}8A$$



$$E'_{\varepsilon\pi} = I'(R_{\varepsilon\xi} + R_{K\Lambda}) = 0{,}8(1+3) = 3{,}2V$$

$$u'_{o\rho} = \frac{E'_{\varepsilon\pi}}{BL} = \frac{3{,}2}{1} = 3{,}2m/s$$

$$V_{K\Lambda} = E'_{\varepsilon\pi} = I'R_{K\Lambda} = 3{,}2 - 0{,}8 \cdot 3 = 0{,}8V$$

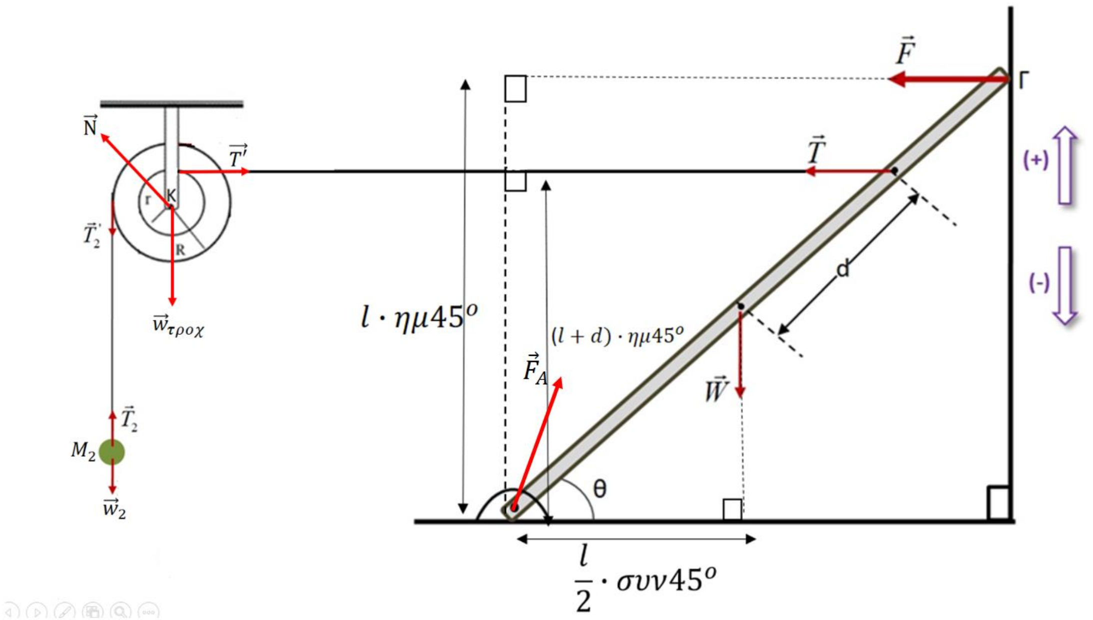
με πολικότητα όπως φαίνεται στο σχήμα ($V_{K\Lambda} = V_K - V_\Lambda = -0{,}8\ V$).

Ισχύει: $V_1 = V_2 = 0{,}8V$

Άρα $I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{0{,}8}{2} = 0{,}4\ A$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = 0{,}4A$$

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>



Δ1.

Το όλο σύστημα ισορροπεί άρα για το σώμα μάζας m_2 ισχύει:

$ΣF = 0$ ή $T_2 – w_2 = 0$ ή $T_2 = m_2 \cdot g$ ή $T_2 = 30$ N

Από 3° Νόμο Νεύτωνα και νήμα αβαρές $|T_2| = |T_2'| = 30$ N

Τροχαλία: $Σ\vec{τ}_{(κ)} = 0$ ή $T_2' \cdot R – T' \cdot r = 0$ ή $T_2' \cdot 2r = T' \cdot r$ ή $T' = 2T_2'$ ή $T' = 60$ N

Από 3° Νόμο Νεύτωνα και νήμα αβαρές $|T'| = |T| = 60$ N

Ράβδος: $Σ\vec{τ}_{(A)} = 0$ ή $\vec{τ}_w + \vec{τ}_T + \vec{τ}_F = 0$ ή

$- w \cdot \frac{l}{2} \cdot συν45^o + T\left(\frac{l}{2} + d\right) ημ45^o + F \cdot l \cdot ημ45^o = 0$ ή

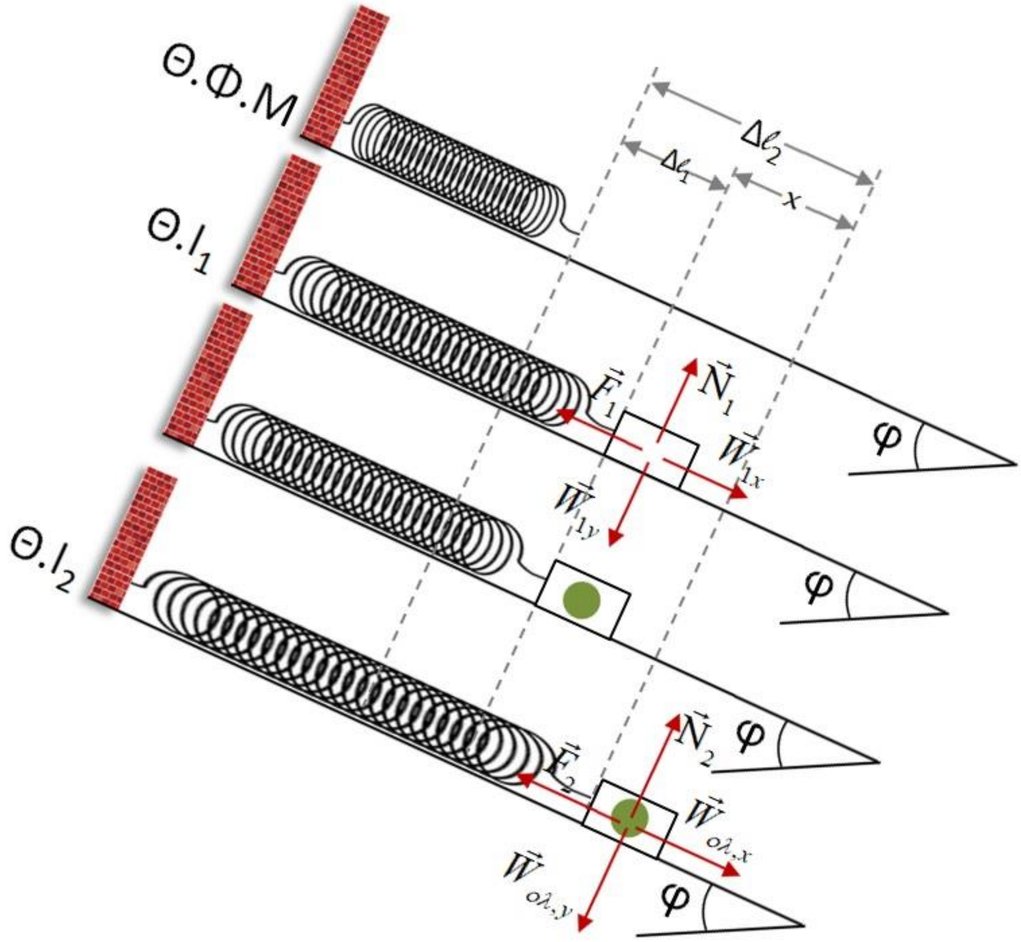
$- w \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + T\left(\frac{l}{2} + \frac{l}{6}\right) \frac{\sqrt{2}}{2} + F \cdot l \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 0$ ή

$-50 + 60\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{6}\right) + F = 0$ ή

$F = 50 – 60\left(\frac{3}{6} + \frac{1}{6}\right)$

$F = 50 – 40$ ή $F = 10$ N

Δ2.



Θ.Ι.$_1$: $\Sigma F_x = 0$ ή $F_1 = w_{1x}$ ή $k \cdot \Delta l_1 = m_1 \cdot g \cdot ημ30^o$

$\Delta l_1 = \frac{10 \cdot \frac{1}{2}}{100} = \frac{1}{20}$ m

Θ.Ι.$_2$: $\Sigma F_x = 0$ ή $F_2 = w_{ολx}$ ή $k \cdot \Delta l_2 = (m_1 + m_2) \cdot g \cdot ημ30^o$

$\Delta l_2 = \frac{40 \cdot \frac{1}{2}}{100} = \frac{4}{20}$ m

$x = \Delta l_2 - \Delta l_1$ ή $x = \frac{4}{20} - \frac{1}{20}$ ή $x = \frac{3}{20}$ m

$E = K + U$ ή $\frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 + \frac{1}{2} k x^2$

$A = \sqrt{\frac{(m_1+m_2)V^2}{k} + x^2}$

A = 0,3 m

Δ3.

x = A ημ(ωt + $φ_0$)

ω = $\sqrt{\frac{k}{m_1+m_2}}$ ή ω = 5 rad/s

t = 0 , x = - $\frac{3}{20}$ m , υ > 0

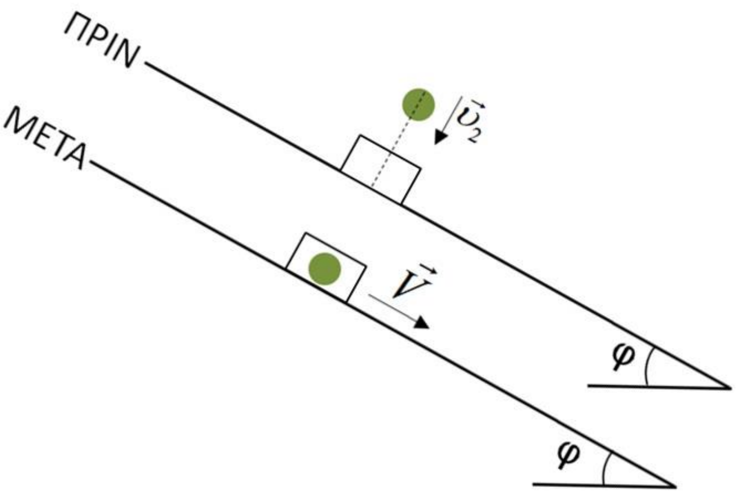
- $\frac{3}{20}$ = 0,3 · ημ$φ_0$ ή ημ$φ_0$ = - $\frac{3}{6}$ ή ημ$φ_0$ = - $\frac{1}{2}$ ή ημ$φ_0$ = ημ$\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

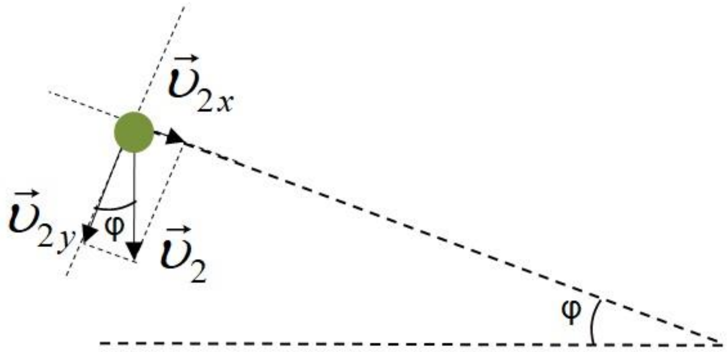
- $φ_0$ = 2κπ - $\frac{\pi}{6}$ Για κ=1 $φ_0$ = $2\pi - \frac{\pi}{6}$ ή $φ_0$ = $\frac{11\pi}{6}$ rad (Δεκτή γιατί υ > 0 άρα συν$φ_0$>0)

- $φ_0$ = 2κπ + π + $\frac{\pi}{6}$

Άρα η εξίσωση της απομάκρυνσης είναι: x = 0,3 · ημ (5t + $\frac{11\pi}{6}$) (S.I.)

Δ4.





$\upsilon_{2x} = \upsilon_2 \cdot ημφ$

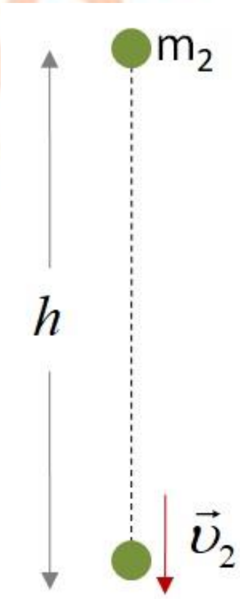
Εφαρμόζουμε Αρχή Διατήρησης της ορμής (ΑΔΟ) στον x΄x άξονα:

$\vec{P}_{χπριν} = \vec{P}_{χμετά}$ ή

$m_2 \cdot \upsilon_{2x} = (m_1 + m_2)\, V$ ή

$\upsilon_{2x} = \sqrt{3}$ m/s

$\upsilon_{2x} = \upsilon_2 \cdot ημ\, 30^o$ ή $\upsilon_2 = 2\sqrt{3}$ m/s



Από τις εξισώσεις της ελεύθερης πτώσης ισχύει ότι:

$$υ_2 = g \cdot t \;\; ή \;\; t = \frac{2\sqrt{3}}{10}\ s$$

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \;\; ή \;\; h = 0{,}6\ m$$

<u>2ος τρόπος</u>

Η παραπάνω κίνηση μπορεί να μελετηθεί είτε με το Θεώρημα Μεταβολής της Κινητικής Ενέργειας (ΘΜΚΕ) είτε με την Αρχή Διατήρησης της Μηχανικής Ενέργειας (ΑΔΜΕ)

Δ5.

Ο λόγος του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου προς το μέτρο της δύναμης επαναφοράς στη θέση της μέγιστης επιμήκυνσης του ελατηρίου ισούται με:

$$\frac{F_{ελ}\,max}{F_{επ}\,max} = \frac{k\,(Δ_{l2}+A)}{k \cdot A} = \frac{5}{3}$$