ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΕΠΑΛ 18/06/2020

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ.16

Α2. i) Λ ii) Σ iii) Λ

Α3. α) $\left(f(x)\cdot g(x)\right)' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

β) $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

γ) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

Α4. Σχολικό βιβλίο σελ.28-29

ΘΕΜΑ Β

Β1. $f_1(\%) = F_1(\%) = 40\%$

$$f_2(\%) = F_2(\%) - F_1(\%) = 30\%$$

$$f_3(\%) = F_3(\%) - F_2(\%) = 20\%$$

$$f_3 = \frac{v_3}{v} \Leftrightarrow 0,2 = \frac{10}{v} \Leftrightarrow 0,2v = 10 \Leftrightarrow v = 50$$

$$v_1 = f_1(\%)\cdot v = \frac{40}{100}\cdot 50 = 20$$

$$v_2 = f_2(\%)\cdot v = \frac{30}{100}\cdot 50 = 15$$

$$v_4 = f_4(\%)\cdot v = \frac{10}{100}\cdot 50 = 5$$

Συνεπώς ο πίνακας συμπληρωμένος είναι:

x_i	v_i	$f_i(\%)$	N_i	$F_i(\%)$
0	**20**	**40**	**20**	**40**
1	**15**	**30**	**35**	**70**
2	**10**	**20**	**45**	**90**
3	**5**	**10**	**50**	**100**
Σύνολα	**50**	**100**		

Β2. $f_4(\%) = 10\%$

Β3. $v_2 + v_3 + v_4 = 15 + 10 + 5 = 30$ μαθητές

Β4. $f_1(\%) + f_2(\%) + f_3(\%) = 40\% + 30\% + 20\% = 90\%$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $A(-1,-2) \in C_f$ συνεπώς: $f(-1) = -2 \Leftrightarrow (-1)^3 - \lambda(-1)^2 + 2 = -2 \Leftrightarrow -1 - \lambda + 2 = -2 \Leftrightarrow \lambda = 3$

Γ2. Για λ=3 έχουμε: $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 6x$

$f''(x) = 6x - 6$

Γ3. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left| \begin{array}{l} x = 0 \\ \text{ή} \\ x = 2 \end{array} \right.$

Ο πίνακας μεταβολών της μονοτονίας είναι:

x	$-\infty$ 0	2	$+\infty$
f'	+	-	+
f	↗	↘	↗

M   E

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 0]$ και στο $[2, +\infty)$ ενώ είναι γνησίως φθίνουσα στο $[0, 2]$

Η f παρουσιάζει στο $x_1 = 0$ τοπικό μέγιστο το οποίο είναι το $f(0) = 2$ ενώ στο $x_2 = 2$ τοπικό ελάχιστο το οποίο είναι το $f(2) = -2$

Γ4. $\lim_{x\to 1}\frac{f'(x)+3}{f''(x)}=\lim_{x\to 1}\frac{3x^2-6x+3}{6x-6}=\lim_{x\to 1}\frac{3(x-1)^2}{6(x-1)}=\lim_{x\to 1}\frac{(x-1)}{2}=\frac{0}{2}=0$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f'(x)=\left[\left(x^2+4x+5\right)^{20}\right]'=20\left(x^2+4x+5\right)^{19}\cdot\left(x^2+4x+5\right)'=$

$=20\left(x^2+4x+5\right)^{19}(2x+4)=40\left(x^2+4x+5\right)^{19}(x+2)$

Δ2. $\lim_{h\to 0}\frac{f(-2+h)-f(-2)}{h}=f'(-2)$

Επομένως έχουμε $f'(-2)=40\left[(-2)^2+4(-2)+5\right]^{19}(-2+2)\Rightarrow f'(-2)=0$

Δ3. Θα πρέπει $f'(x_0)=0$ ώστε να είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 40\left(x^2+4x+5\right)^{19}(x+2)=0\Leftrightarrow x=-2$

$\Delta=4^2-4\cdot 1\cdot 5=-4<0$ επομένως η $x^2+4x+5=0$ δεν έχει ρίζες στο $\mathbb{R}$.

Επομένως $y=f(-2)=\left[(-2)^2+4(-2)+5\right]^{20}=1^{20}=1$

Επομένως η $y=1$ η εξίσωση εφαπτομένης ώστε να είναι παράλληλη στον $x'x$.

Δ4. $d=(\mathrm{AO})=\sqrt{(x-0)^2+(1-0)^2}=\sqrt{x^2+1}$

$d(x)=\sqrt{x^2+1}$

$d'(x)=\left(\sqrt{x^2+1}\right)'=\frac{1}{2\sqrt{x^2+1}}\left(x^2+1\right)'=\frac{2x}{2\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow\ d'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

Για $x=1$ έχουμε $d'(1)=\frac{1}{\sqrt{1^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$