

**ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΛΥΚΕΙΑ**  
**ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΑΝΟΙΚΤΟΥ ΤΥΠΟΥ**

---

1. **A')** Δίνονται οι αριθμοί  $\alpha = \sqrt{2} + 1$  και  $\beta = \sqrt{2} - 1$ .

i. Να αποδείξετε ότι οι αριθμοί  $\alpha$  και  $\beta$  είναι αντίστροφοι.

ii. Αν είναι

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } A_1 &= \alpha^1 + \beta^1 \\ \text{Δεύτερο βήμα: } A_2 &= \alpha^2 + \beta^2 \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } A_n &= \alpha^n + \beta^n \end{aligned}$$

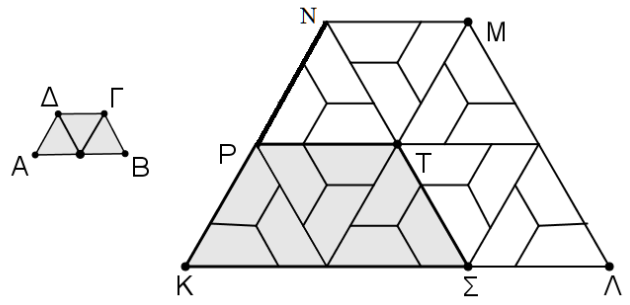
Να δείξετε ότι  $A_2 \cdot A_3 = A_5 + A_1$

**B')** Για τις παρακάτω ισότητες να βρείτε τον τύπο του γενικού βήματος και να τον αποδείξετε.

$$\begin{aligned} \text{Πρώτο βήμα: } 1^2 + 2^2 &= \frac{3^2 + 1}{2} \\ \text{Δεύτερο βήμα: } 2^2 + 3^2 &= \frac{5^2 + 1}{2} \\ \text{Τρίτο βήμα: } 3^2 + 4^2 &= \frac{7^2 + 1}{2} \\ &\vdots \\ \text{Γενικό βήμα: } \dots & \end{aligned}$$

Μονάδες:  $2 + 4 + 4 = 10$

2. **A')** Το μικρό πλακίδιο  $AB\Gamma\Delta$  αποτελείται από τρία ισόπλευρα τρίγωνα πλευράς  $a$ , όπως φαίνεται στο σχήμα. Ίσα πλακίδια με το  $AB\Gamma\Delta$  δημιουργούν την επιφάνεια  $K\Lambda MN$ . Αν η περίμετρος της γραμμοσκιασμένης επιφάνειας  $K\Sigma TP$  είναι  $15\text{ cm}$ :

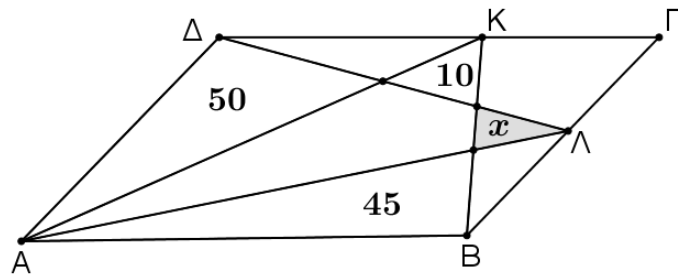


- i. Να δείξετε ότι η περίμετρος του  $AB\Gamma\Delta$  είναι  $5\text{ cm}$ .
- ii. Να υπολογίσετε την απόσταση  $KM$ .

Μονάδες:  $2 + 3$

**B')** Το τετράπλευρο  $AB\Gamma\Delta$  είναι παραλληλόγραμμο με γνωστά τα μέτρα των εμβαδών των τριγώνων όπως φαίνεται στο σχήμα.

- i. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα  $A\Lambda\Delta$  και  $ABK$  έχουν ίσα εμβαδά.
- ii. Να υπολογίσετε το εμβαδό  $x$  του γραμμοσκιασμένου τριγώνου.



Μονάδες:  $2 + 3$

# ΔΟΚΙΜΑΣΙΑ ΕΙΣΑΓΩΓΗΣ ΜΑΘΗΤΩΝ ΣΤΑ ΠΡΟΤΥΠΑ ΛΥΚΕΙΑ

## Στα Μαθηματικά Κλειστού Τύπου

Να κυκλώσετε μια μόνο απάντηση στις ερωτήσεις 1 έως 8

Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα και συγκεντρώνουν  $8 \times 5 = 40$  μονάδες.

1. Για να πάρουμε τον αριθμό  $8^8$ , σε ποιά δύναμη πρέπει να υψώσουμε τον αριθμό  $4^4$ ;
- A. 2                      B. 3                      Γ. 4                      Δ. 5                      E. 6

2. Αν  $x + \frac{1}{x} = 6$ , τότε η παράσταση  $K = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3x + 1}$  είναι ίση με:
- A. 2                      B. 3                      Γ. 6                      Δ. 4                      E.  $\frac{5}{3}$

3. Αν τα  $\alpha$  και  $\beta$  είναι πραγματικοί αριθμοί, τότε το κλάσμα  $\frac{x^2 - \alpha x - \beta x + \alpha\beta}{4x^2 - 4\beta^2}$  μετά την απλοποίηση είναι:

A.  $\frac{x - \alpha}{x - \beta}$       B.  $\frac{x + \alpha}{4(x + \beta)}$       Γ.  $\frac{x - \alpha}{4(x - \beta)}$       Δ.  $\frac{x - \beta}{4(x - \alpha)}$       E.  $\frac{x - \alpha}{4(x + \beta)}$

4. Για τους θετικούς πραγματικούς αριθμούς  $\alpha$  και  $\beta$  με  $\alpha < \beta$ , ισχύουν:

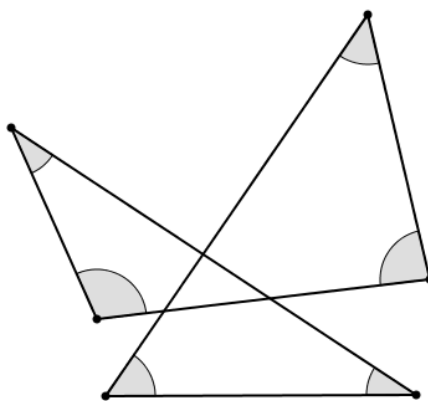
$$\alpha^2 + \beta^2 = 34$$

$$\alpha \cdot \beta = 15$$

τότε η παράσταση  $\alpha - \beta$  είναι ίση με:

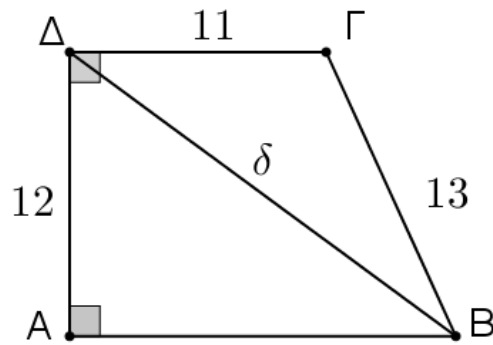
A. -2                      B. -1                      Γ. 0                      Δ. 1                      E. 2

5. Στο σχήμα το άθροισμα των γραμμοσκιασμένων γωνιών είναι:



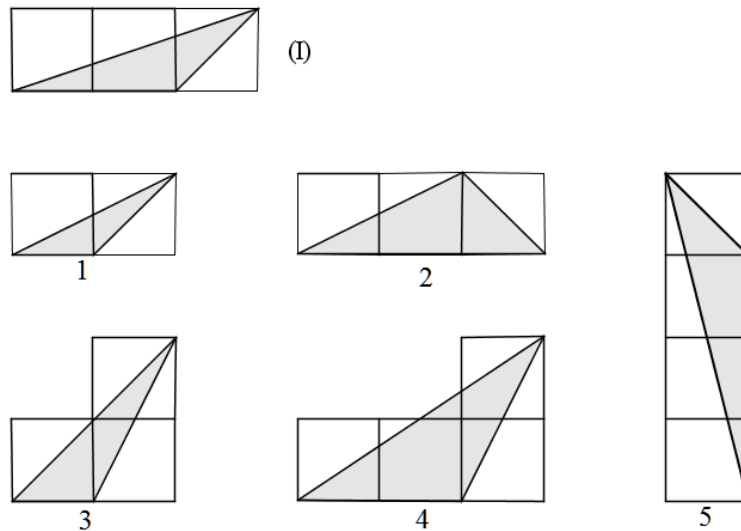
A.  $180^\circ$                       B.  $270^\circ$                       Γ.  $360^\circ$                       Δ.  $450^\circ$                       E.  $540^\circ$

6. Το τετράπλευρο του σχήματος είναι τραπέζιο με δυο ορθές γωνίες τις  $\hat{A}$  και  $\hat{\Delta}$ . Το μήκος της διαγωνίου του  $\delta$  είναι:



- A. 17                      B. 18                      Γ. 19                      Δ. 20                      E. 21

7. Ένα από τα τρίγωνα στα σχήματα 1, 2, 3, 4 και 5 είναι όμοιο με το τρίγωνο (I).



Αυτό είναι το:

- A. 1                      B. 2                      Γ. 3                      Δ. 4                      E. 5

8. Έχουμε 8 κάρτες που φέρουν την αριθμηση 1 έως 8. Η Κατερίνα έχει τη δυνατότητα να πάρει μόνο μια από αυτές τις 8 κάρτες. Ποια είναι η πιθανότητα να τραβήξει κάρτα με αριθμό μικρότερο του 4:

- A.  $\frac{1}{8}$                       B.  $\frac{3}{8}$                       Γ.  $\frac{5}{8}$                       Δ.  $\frac{7}{8}$                       E.  $\frac{1}{2}$