

ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :	Μαθηματικά Β' Γυμνασίου (τμήματα αριστείας)
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:	11.2.2024

ΘΕΩΡΙΑ

ΘΕΜΑ 1

- A. Σελίδα 67 σχολικού βιβλίου (2^η παράγραφος)
 B. Σελίδα 128 σχολικού βιβλίου (1^ο πορτοκαλί πλαίσιο)
 Γ. i)Λ , ii)Σ iii)Σ , iv)Λ , v)Σ

ΘΕΜΑ 2

- A. Σελίδα 128 σχολικού βιβλίου (2^ο πορτοκαλί πλαίσιο)
 B. Σελίδα 41 σχολικού βιβλίου (πορτοκαλί πλαίσιο)
 Γ. i)Λ , ii)Σ , iii)Σ , iv)Λ , v)Σ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

ΑΣΚΗΣΗ 1

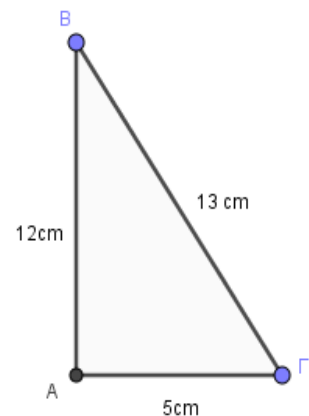
Δύση:

A.

i. Αφού το τρίγωνο είναι ορθογώνιο, τότε από το Πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε ότι : $BΓ^2 = AB^2 + AΓ^2 = 12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 \Rightarrow BΓ = 13 \text{ cm}$.

ii. $\eta\mu B = \frac{\Gamma}{B\Gamma} = \frac{5}{13}$, $\sigma\upsilon\nu B = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{12}{13}$.

iii. Θα υπολογίσουμε αρχικά το εξής : $(\eta\mu B)^2 + (\sigma\upsilon\nu B)^2 = \left(\frac{5}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13}\right)^2 = \frac{25}{169} + \frac{144}{169} = \frac{169}{169} = 1$.
 Άρα $\Lambda = 2[(\eta\mu B)^2 + (\sigma\upsilon\nu B)^2 - 1] = 2 \cdot (1 - 1) = 2 \cdot 0 = 0$.



B. Έστω x οι πόντοι που πέτυχε η ομάδα στο 1^ο δεκάλεπτο του αγώνα, τότε:

- 1ο δεκάλεπτο: x
- 2ο δεκάλεπτο: $2x - 10$
- 3ο δεκάλεπτο: x
- 4ο δεκάλεπτο: $2x - 10 + 5 = 2x - 5$

Άρα: $x + 2x - 10 + x + 2x - 5 = 75 \Leftrightarrow 6x - 15 = 75 \Leftrightarrow 6x = 75 + 15 \Leftrightarrow 6x = 90 \Leftrightarrow x = 15$

Οι πόντοι που πέτυχε η ομάδα ανά δεκάλεπτο ήταν οι εξής :

- 1ο δεκάλεπτο: 15
- 2ο δεκάλεπτο: $2 \cdot 15 - 10 = 30 - 10 = 20$
- 3ο δεκάλεπτο: 15
- 4ο δεκάλεπτο: $2 \cdot 15 - 5 = 30 - 5 = 25$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Λύση:

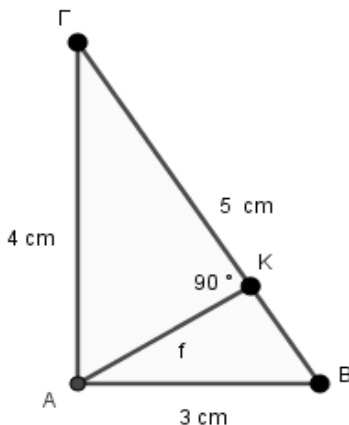
- i. Αφού η περίμετρος του τριγώνου είναι 12 cm τότε ισχύει ότι :

$$AB + A\Gamma + B\Gamma = 12$$

$$\begin{aligned} \frac{4x-3}{3} + \frac{3x-1}{2} + \frac{11x}{6} - \frac{1}{2} &= 12 \\ \frac{4x-3}{3} + \frac{3x-2}{2} + \frac{11x}{6} &= 12 \\ 6 \cdot \frac{4x-3}{3} + 6 \cdot \frac{3x-2}{2} + 6 \cdot \frac{11x}{6} &= 6 \cdot 12 \\ 2(4x-3) + 3(3x-2) + 11x &= 72 \\ 8x - 6 + 9x - 6 + 11x &= 72 \\ 28x - 12 &= 72 \\ 28x &= 12 + 72 \\ 28x &= 84 \\ x &= \frac{84}{28} = 3 \end{aligned}$$

Επομένως για $x = 3$ έχουμε ότι: $AB = \frac{4x-3}{3} = \frac{12-3}{3} = \frac{9}{3} = 3 \text{ cm}$, $A\Gamma = \frac{3x-1}{2} = \frac{9-1}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm}$, $B\Gamma = \frac{11x}{6} - \frac{1}{2} = \frac{11 \cdot 3}{6} - \frac{1}{2} = \frac{11}{2} - \frac{1}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$.

- ii.



Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο , γιατί :

- $B\Gamma^2 = 5^2 = 25$
- $AB^2 + A\Gamma^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$

Άρα αφού $B\Gamma^2 = AB^2 + A\Gamma^2$, από το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος προκύπτει ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο ,με ορθή την \hat{A} .

$$\text{iii. } (AB\Gamma) = \frac{AB \cdot A\Gamma}{2} = \frac{3 \cdot 4}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}^2 .$$

$$\text{iv. } (AB\Gamma) = \frac{B\Gamma \cdot AK}{2} = \frac{5 \cdot AK}{2} = 6 \Rightarrow 5AK = 12 \Rightarrow AK = \frac{12}{5} = 2,4 \text{ cm} .$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

i.

$$\alpha) \beta = \frac{5(3^2-2^3)+3 \cdot 17^0}{2} - 1 = \frac{5(9-8)+3 \cdot 1}{2} - 1 = \frac{5+3}{2} - 1 = \frac{8}{2} - 1 = 4 - 1 = 3$$

$$\text{και } \gamma = 4 \cdot (\sqrt{75} + \sqrt{36} - \sqrt{\sqrt{100} + 54}) = 4 \cdot (\sqrt{75} + 6 - \sqrt{10 + 54}) = 4 \cdot (\sqrt{81} - \sqrt{64}) = 4 \cdot (9 - 8) = 4 \cdot 1 = 4$$

$$\beta) \frac{2\alpha-1}{3} = 3 \Leftrightarrow 2\alpha - 1 = 9 \Leftrightarrow 2\alpha = 9 + 1 \Leftrightarrow 2\alpha = 10 \Leftrightarrow \alpha = 5$$

ii. $\alpha^2 = 5^2 = 25$ και $\beta^2 + \gamma^2 = 3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = \alpha^2$.

Από το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος προκύπτει ότι το τρίγωνο με πλευρές τις α, β, γ είναι ορθογώνιο, με ορθή την γωνία που βρίσκεται απέναντι από την πλευρά α .

iii.

- $\eta\mu\Gamma = \frac{AB}{BG} = \frac{4}{5}$
- $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \frac{AG}{BG} = \frac{3}{5}$
- $\epsilon\phi\Gamma = \frac{AB}{AG} = \frac{4}{3}$

iv. $\frac{y-1}{\sigma\upsilon\nu\Gamma} + \frac{y}{\eta\mu\Gamma} = 5 \Leftrightarrow$

$$\frac{y-1}{\frac{3}{5}} + \frac{y}{\frac{4}{5}} = 5 \Leftrightarrow \frac{5(y-1)}{3} + \frac{5y}{4} = 5 \Leftrightarrow$$

$$\frac{5y-5}{3} + \frac{5y}{4} = 5 \Leftrightarrow 12 \cdot \frac{5y-5}{3} + 12 \cdot \frac{5y}{4} = 12 \cdot 5 \Leftrightarrow$$

$$4(5y-5) + 3 \cdot 5y = 60 \Leftrightarrow 20y - 20 + 15y = 60 \Leftrightarrow$$

$$35y = 60 + 20 \Leftrightarrow 35y = 80 \Leftrightarrow y = \frac{80}{35} = \frac{16}{7}$$

