

<b>ΜΑΘΗΜΑ / ΤΑΞΗ :</b>	<b>Μαθηματικά Γ Γυμνασίου (τμήματα αριστείας)</b>
<b>ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ:</b>	<b>11.2.2024</b>

### ΘΕΩΡΙΑ

#### ΘΕΜΑ 1

**A. Σελίδα 71 σχολικού βιβλίου (2 πρώτες γραμμές κάτω από το πορτοκαλί πλαίσιο)**

**B. i)Σ , ii)Λ , iii)Σ , iv)Λ , v)Λ**

#### ΘΕΜΑ 2

**A. Σελίδα 206 σχολικού βιβλίου (πορτοκαλί πλαίσιο)**

**B. i)Λ , ii)Σ , iii)Λ , iv)Σ , v)Σ**

### ΑΣΚΗΣΕΙΣ

#### ΑΣΚΗΣΗ 1

Λύση:

i.  $\alpha)x^2 + 4x = x(x + 4), \beta)x^2 - 16 = (x - 4)(x + 4),$

ii.  $\gamma)x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2, \delta) -7x + 28 = -7(x - 4)$

a)  $x^2 = -4x \Leftrightarrow x^2 + 4x = 0 \Leftrightarrow x(x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \text{ ή } x = -4$

β)  $x^2 - 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)(x + 4) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \text{ ή } x = -4$

γ)  $x^2 - 8x = -16 \Leftrightarrow x^2 - 8x + 16 = 0 \Leftrightarrow (x - 4)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

iii.  $A = \frac{x^2 - 16}{x^2 + 4x} = \frac{(x - 4)(x + 4)}{x(x + 4)} = \frac{x - 4}{x}, B = \frac{-7x + 28}{x^2 - 8x + 16} = \frac{-7(x - 4)}{(x - 4)^2} = -\frac{7}{x - 4}$

iv.  $A \cdot B = \frac{x - 4}{x} \cdot \left(-\frac{7}{x - 4}\right) = \frac{-7(x - 4)}{x(x - 4)} = -\frac{7}{x}.$

#### ΑΣΚΗΣΗ 2

Λύση:

i.  $AG = 36 + x$

ii. Στο τρίγωνο ABΓ : αφού  $DE \parallel BΓ$ , από το θεώρημα του Θαλή έχουμε ότι,

$$\frac{AE}{AG} = \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \frac{x}{x + 36} = \frac{4}{16} \Leftrightarrow \frac{x}{x + 36} = \frac{1}{4} \Leftrightarrow 4x = x + 36 \Leftrightarrow 3x = 36 \Leftrightarrow x = 12.$$

Άρα  $AE = 12 \text{ cm}$  και  $BZ = 12 - 10 = 2 \text{ cm}.$

iii. Στο τρίγωνο AZH, αφού  $BΓ \parallel ZH$  από το θεώρημα του Θαλή θα έχουμε ότι,

$$\frac{AG}{GH} = \frac{AB}{BZ} \Leftrightarrow \frac{48}{y} = \frac{16}{2} \Leftrightarrow \frac{48}{y} = 8 \Leftrightarrow y = \frac{48}{8} \Leftrightarrow y = 6. \text{ Άρα } HG = 6 \text{ cm.}$$

### ΑΣΚΗΣΗ 3

#### Λύση:

i.

Αφού τα πολυώνυμα  $P(x)$ ,  $Q(x)$  είναι ίσα, θα ισχύει ότι:  $\begin{cases} 4\alpha - 3 = 1 \\ \beta + 2 = 6 - \beta \end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases} 4\alpha = 3 + 1 \\ \beta + \beta = 6 - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4\alpha = 4 \\ 2\beta = 4 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \alpha = 1 \\ \beta = 2 \end{cases} . \text{ Επομένως για } \alpha = 1 \text{ και } \beta = 2 \text{ θα έχουμε ότι :}$$

$$P(x) = Q(x) = x^2 + 4x + 4 .$$

ii. Σύμφωνα με τα παραπάνω ισχύει  $A = \frac{x^2+2x}{x^2+4x+4}$  και  $B = \frac{2x^2-8}{x^2-4x+4}$

·  $x^2 + 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2 .$

Άρα η A ορίζεται για κάθε  $x \neq -2$  .

·  $x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Άρα η B ορίζεται για κάθε  $x \neq 2$  .

iii.  $A = \frac{x^2+2x}{x^2+4x+4} = \frac{x(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{x}{x+2}$  και  $B = \frac{2x^2-8}{x^2-4x+4} = \frac{2(x^2-4)}{(x-2)^2} = \frac{2(x-2)(x+2)}{(x-2)^2} = \frac{2(x+2)}{x-2} = \frac{2x+4}{x-2} .$

iv. 
$$\Gamma = B - A - \frac{\beta(3x+2)}{x^2-4} = \frac{2x+4}{x-2} - \frac{x}{x+2} - \frac{2(3x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{(2x+4)(x+2) - x(x-2) - (6x+4)}{(x-2)(x+2)}$$

$$= \frac{2x^2+4x+4x+8 - x^2+2x-6x-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2+4x+4}{(x-2)(x+2)} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+2}{x-2} .$$