Μάθημα / Τάξη **ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ / Α΄ ΓΕΛ**

Ημερομηνία **25/2/24**

Επιμέλεια Διαγωνίσματος **ΑΚΑΔΗΜΑΪΚΟ ΤΜΗΜΑ**

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. i) Λάθος **ii)** Σωστό **iii)** Λάθος **iv)** Σωστό **v)** Σωστό

ΜΟΝΑΔΕΣ 10

Α2. Σχολικό βιβλίο σελ.88.

ΜΟΝΑΔΕΣ 15

ΘΕΜΑ Β (τροποποίηση θέματος τράπεζας θεμάτων)

Β1. Στο τετράπλευρο ΑΒΕΜ έχουμε ΑΔ=ΔΕ (από τα δεδομένα) και ΒΔ=ΔΜ (αφού η ΑΔ είναι διάμεσος στο τρίγωνο ΑΒΜ) άρα το τετράπλευρο είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιοί του διχοτομούνται.

ΜΟΝΑΔΕΣ 07

Β2. Αφού το τετράπλευρο ΑΒΕΜ είναι παραλληλόγραμμο (από το ερώτημα Β1) άρα ανά δύο οι απέναντι πλευρές του θα είναι ίσες. Άρα ΑΒ=ΜΕ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 06

Β3. Έχουμε ότι ΒΓ=2ΑΒ (1) και ΒΓ=2ΜΓ (2) αφού το Μ είναι το μέσον της ΒΓ. Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ΑΒ=ΜΓ και επειδή ΑΒ=ΜΕ (από το ερώτημα Β2) έχουμε τελικά ότι ΜΓ=ΜΕ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 06

Β4. i) Το τρίγωνο ΜΕΓ έχει δυο ίσες πλευρές, τις ΜΓ=ΜΕ. Άρα το τρίγωνο ΜΕΓ είναι ισοσκελές με βάση την ΕΓ.

ΜΟΝΑΔΕΣ 02

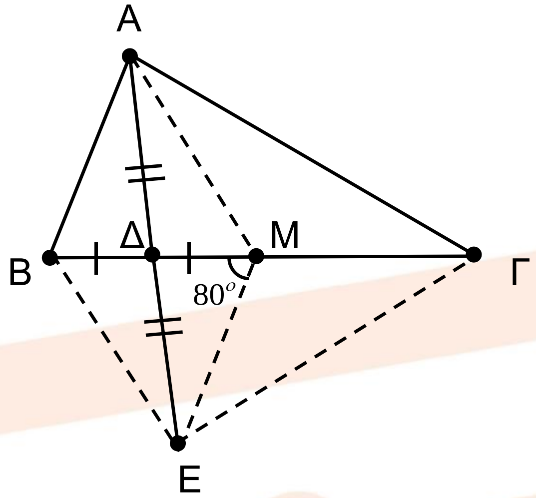
ii) Η γωνία $\mathrm{E\hat{M}\Gamma}$ είναι παραπληρωματική της γωνίας $\mathrm{B\hat{M}E}=80^o$. Άρα $\mathrm{B\hat{M}E}+\mathrm{E\hat{M}\Gamma}=180^o \Leftrightarrow 80^o+\mathrm{E\hat{M}\Gamma}=180^o \Leftrightarrow \mathrm{E\hat{M}\Gamma}=100^o$.
Επίσης από ερώτημα Β3 έχουμε ότι το τρίγωνο ΜΕΓ είναι ισοσκελές με

Βάση την ΕΓ. Άρα θα ισχύει ότι $\hat{MEΓ} = \hat{MΓE}$.
Στο τρίγωνο ΜΕΓ πρέπει:

$$E\hat{M}Γ + M\hat{E}Γ + M\hat{Γ}E = 180^o \Leftrightarrow 100^o + 2M\hat{E}Γ = 180^o \Leftrightarrow 2M\hat{E}Γ = 80^o \Leftrightarrow M\hat{E}Γ = 40^o$$

Τελικά για τις γωνίες του τριγώνου ΜΕΓ έχουμε: $E\hat{M}Γ = 100^o$ και $M\hat{E}Γ = M\hat{Γ}E = 40^o$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 04



<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Έχουμε ΑΒ=ΕΔ και ΑΒ//ΕΔ (από τα δεδομένα) άρα το τετράπλευρο ΑΕΔΒ έχει δύο απέναντι πλευρές ίσες και παράλληλες άρα είναι παραλληλόγραμμο.

ΜΟΝΑΔΕΣ 07

Γ2. Αφού το ΑΕΔΒ είναι παραλληλόγραμμο θα έχει ίσες τις απέναντι γωνίες του.

Άρα είναι $\hat{B} = \hat{E} = 60^o$(1).
Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ έχουμε διαδοχικά:

$$\hat{B} + \hat{Γ} = 90^o \overset{(1)}{\Leftrightarrow} 60^o + \hat{Γ} = 90^o \Leftrightarrow \hat{Γ} = 30^o.$$

Τελικά για τις οξείες γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ έχουμε: $\hat{B} = 60^o$ και $\hat{Γ} = 30^o$.

ΜΟΝΑΔΕΣ 07

Γ3. Στο τετράπλευρο ΑΘΔΖ έχουμε ΑΖ//ΘΔ (αφού ΑΒ//ΔΕ) και ΖΔ//ΑΘ (αφού ΖΔ//ΑΓ), δηλαδή το ΑΘΔΖ είναι παραλληλόγραμμο και επειδή έχει και μία ορθή γωνία ($\hat{A} = 90^o$) είναι ορθογώνιο.

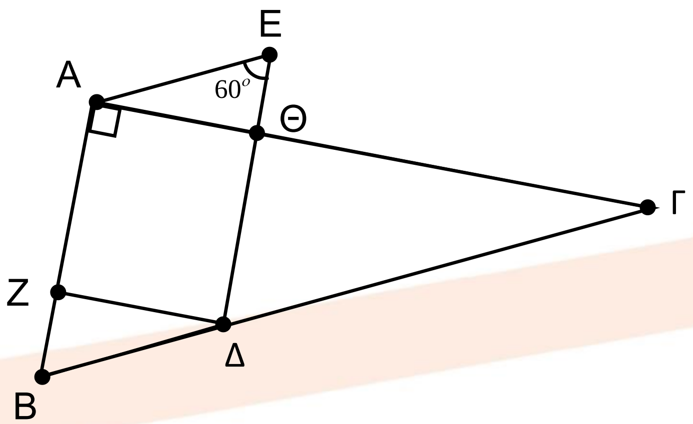
ΜΟΝΑΔΕΣ 05

Γ4. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΘΕ και ΒΔΖ τα οποία έχουν:

- $\hat{E} = \hat{B} = 60^o$
- ΑΘ=ΖΔ (ως απέναντι πλευρές ορθογωνίου)
- Είναι ορθογώνια

Άρα τα τρίγωνα ΑΘΕ και ΒΔΖ είναι ίσα (κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων).

ΜΟΝΑΔΕΣ 06



ΘΕΜΑ Δ (τροποποίηση θέματος τράπεζας θεμάτων)

Δ1. Έχουμε ΟΚ=ΚΖ (από τα δεδομένα) και ΔΚ=ΚΓ (αφού Κ το μέσο της ΓΔ) άρα το τετράπλευρο ΟΓΖΔ είναι παραλληλόγραμμο αφού οι διαγώνιοι του διχοτομούνται.

ΜΟΝΑΔΕΣ 08

Δ2. Το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο άρα οι διαγώνιοί του διχοτομούνται. Επομένως ΟΔ=ΟΒ(1). Επίσης ΖΓ//=ΟΔ (ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΟΓΖΔ). Άρα ΖΓ//ΟΒ και ΖΓ=ΟΒ (από τη σχέση (1)). Άρα το τετράπλευρο ΟΒΓΖ είναι παραλληλόγραμμο αφού δύο απέναντι πλευρές είναι ίσες και παράλληλες.

ΜΟΝΑΔΕΣ 08

Δ3. Συγκρίνουμε τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΔΖΓ τα οποία έχουν:

- ΟΒ=ΖΓ (ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΟΒΓΖ)
- ΑΟ=ΔΖ (αφού το ΑΒΓΔ είναι παραλληλόγραμμο έχουμε ότι ΟΓ=ΟΑ και επιπλέον ΟΓ=ΔΖ επειδή το ΟΓΖΔ είναι επίσης παραλληλόγραμμο)
- ΑΒ=ΓΔ(ως απέναντι πλευρές του παραλληλογράμμου ΑΒΓΔ)

Άρα τα τρίγωνα ΑΟΒ και ΔΖΓ είναι ίσα (κριτήριο Π-Π-Π).

ΜΟΝΑΔΕΣ 05

Δ4. Η γωνία $A\hat{O}\Delta$ είναι εξωτερική γωνία του τριγώνου ΑΟΒ άρα έχουμε οτι $A\hat{O}\Delta = B\hat{A}O + A\hat{B}O$ (1).

Επίσης $A\hat{B}O = O\hat{\Delta}K$ (2) ως εντός-εναλλάξ γωνίες που σχηματίζονται από τις παράλληλες ΑΒ και ΔΓ και οι οποίες τέμνονται από την ΒΔ. Από τις σχέσεις (1) και (2) προκύπτει ότι $A\hat{O}\Delta = B\hat{A}O + O\hat{\Delta}K$

ΜΟΝΑΔΕΣ 04